

LIMIT Projekt: Lernen Im Mathematikunterricht durch wünschenswerte Erschwernisse
Prof. Dr. Rita Borromeo Ferri, Stella Pede, Prof. Dr. Frank Lipowsky

Die Materialien der Unterrichtseinheit zum verschachtelten und geblockten Lernen mit dem Thema Zuordnungen umfassen

- die Unterrichtseinheiten geblockt/verschachtelt mit zusammengefassten Verlaufsplanungen
- die im Unterricht verwendeten Aufgaben (gleich für beide Bedingungen)
- Arbeitsheft für die Lernenden in der geblockten/verschachtelten Gruppe
- Regelheft für die Lernenden in geblockten/verschachtelten Gruppe

In diesem elektronischen Anhang sind nur ausgewählte Inhalte dargestellt.

Bezugnehmend auf die Tab. 1 im Artikel stellen wir zunächst exemplarisch zusammengefasste Verlaufspläne der 2., 3. und 4. Unterrichtsstunde zum geblockten und verschachtelten Lernen dar.

Danach folgen exemplarisch Beispiele aus dem Arbeitsheft für den geblockten/verschachtelten Unterricht für die 3. Unterrichtsstunde.

2. Stunde (geblockt) (45'): Thema der Stunde: Einführung der proportionalen Zuordnungen (PZ)

Zeit	Inhalte	Sozialform	U-Phase	Aktivitäten
10'	Hinführung auf den Begriff „PZ“	GA	Erarbeitung 1	Aufgabe „Undichter Wasserhahn“
5'		UG	Ergebnissicherung 1	Besprechung der Lösungen
10'	Definition des Begriffs „PZ“: Eine Zuordnung heißt proportional, wenn die folgenden Regeln gelten: 1. Verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht usw.) man eine Ausgangsgröße, so verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht usw.) sich auch die zugeordnete Größe. 2. Halbiert (drittelt, viertelt usw.) man eine Ausgangsgröße, so halbiert (drittelt, viertelt usw.) sich auch die zugeordnete Größe. Die Punkte einer proportionalen Zuordnung liegen auf einer Halbgeraden , die vom Ursprung des Koordinatensystems ausgeht. Man erhält alle Punkte des Graphen, indem man den Punkt P für ein Wertepaar einander zugeordneter Größen markiert und dann die Halbgerade von 0 aus durch P zeichnet.	UG		Merksatz gemeinsam erarbeiten und aufschreiben (als Lückentext, Arbeitsheft, Folie)
10'	Anwendung des neuen Wissens über PZ	GA	Erarbeitung 2	Aufgabe „Messzylinder“ (Graph -> Tabelle, aber Tabelle erweitern, damit auch Werte, die nicht direkt ablesbar sind, eingetragen werden können)
5'		SV	Ergebnissicherung 2	Vorstellung der Lösung
5'	Kurzbefragung			

2. Stunde (verschachtelt) (45'): Thema der Stunde: Einführung der proportionalen, antiproportionalen und sonstigen Zuordnungen

Zeit	Inhalte	Sozialform	U-Phase	Aktivitäten
5'	Hinführung auf den Begriff „PZ“	GA	Erarbeitung 1	Aufgabe „Undichter Wasserhahn“ (Tabelle)
5'		UG	Ergebnissicherung 1	Besprechung der Ergebnisse
5'	Definition des Begriffs „PZ“: Eine Zuordnung heißt proportional, wenn die folgenden Regeln gelten: 1. Verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht usw.) man eine Ausgangsgröße, so verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht usw.) sich auch die zugeordnete Größe. 2. Halbiert (drittelt, viertelt usw.) man eine Ausgangsgröße, so halbiert (drittelt, viertelt usw.) sich auch die zugeordnete Größe.	UG		Merksatz gemeinsam erarbeiten und aufschreiben (Lückentext, Arbeitsheft, Folie)
5'	Hinführung auf den Begriff „AZ“	GA	Erarbeitung 2	Aufgabe „Bonus verteilen“ (Tabelle)
5'		UG	Ergebnissicherung 2	Besprechung der Lösung
5'	Definition des Begriffs „AZ“: Eine Zuordnung heißt antiproportional, wenn die folgenden Regeln gelten: 1. Verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht usw.) man eine Ausgangsgröße, so halbiert (drittelt, viertelt usw.) sich die zugeordnete Größe. 2. Halbiert (drittelt, viertelt usw.) man eine Ausgangsgröße, so verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht usw.) sich die zugeordnete Größe.	UG		Merksatz gemeinsam erarbeiten und aufschreiben (Lückentext, Arbeitsheft, Folie)
5'	Hinführung auf SZ	EA	Erarbeitung 3	Aufgabe „Wanderung“ (Tabelle)
5'		SV	Ergebnissicherung 3	Vorstellung der Lösung
3'	Definition des Begriffs „Sonstige Zuordnung“: Eine Zuordnung, die keine der beiden Eigenschaften hat, ist weder proportional noch antiproportional.	UG		Merksatz gemeinsam erarbeiten und aufschreiben (Lückentext, Arbeitsheft, Folie)
2'	Kurzbefragung			

3. Stunde (geblockt) (45'): Ziel der Stunde: Erarbeitung einer weiteren Eigenschaft von PZ (Quotientengleichheit/ Proportionalitätsfaktor)

Zeit	Inhalte	Sozialform	U-Phase	Aktivitäten
5'	Eröffnung der Stunde	UG		- Wiederholung der Inhalte aus den Merkkästen der letzten Stunde - Vorstellung der Stundenziele - Wiederholung des Begriffs „Quotient“
10'	Hinführung auf die Quotientengleichheit (entdeckendes Lernen)	EA	Erarbeitung 1	Aufgabe „Tabellenexperte“
5'		SV	Ergebnissicherung 1	Vorstellung der Lösung
10'	Einführung der Begriffe „Quotientengleichheit“/ „Proportionalitätsfaktor“ anhand der bearbeiteten Tabelle: Die Quotienten $\frac{\text{zugeordnete Größe}}{\text{Ausgangsgröße}}$ müssen bei proportionalen Zuordnungen für alle Größenpaare gleich sein (Quotientengleichheit). Damit kann man prüfen, ob eine Zuordnung proportional ist. Der Quotient $\frac{\text{zugeordnete Größe}}{\text{Ausgangsgröße}}$ heißt Proportionalitätsfaktor.	LV/ UG		Gemeinsames Formulieren und Aufschreiben der Zuordnungseigenschaften (als Lückentext, Arbeitsheft, Folie)
10'	Anwendung des neuen Wissens: • Prüfung der Zuordnung auf Proportionalität • Begründung der vorliegenden Zuordnungsart mittels Quotientengleichheit	GA	Erarbeitung 2	Aufgabe „Ist die Zuordnung proportional?“
5'		UG	Ergebnissicherung 2	Besprechung der Lösungen

3. Stunde (verschachtelt) (45'): Thema der Stunde: Graphische Eigenschaften von PZ und AZ und SZ

Zeit	Inhalte	Sozialform	U-Phase	Aktivitäten
3'	Eröffnung der Unterrichtsstunde	UG		- Wiederholung der Inhalte aus den Merkkästen der letzten Stunde - Vorstellung des Stundenziels: graphische Eigenschaften von PZ, AZ und SZ
5'	Hinführung auf die graphischen Eigenschaften der PZ	GA	Erarbeitung 1	Aufgabe „Undichter Wasserhahn“ (Graph)
5'		UG	Ergebnissicherung 1	Besprechung der Ergebnisse
5'	<u>Graphische Eigenschaft von PZ:</u> Die Punkte einer PZ liegen auf einer Halbgeraden , die vom Ursprung des Koordinatensystems ausgeht. (Man erhält alle Punkte des Graphen, indem man den Punkt P für ein Wertepaar einander zugeordneter Größen markiert und dann die Halbgerade von 0 aus durch P zeichnet.)	UG		Merksatz aufschreiben (Lückentext, Arbeitsheft, Folie)
5'	Hinführung auf die graphischen Eigenschaften der AZ	GA	Erarbeitung 2	Aufgabe „Bonus verteilen“ (Graph)
5'		UG	Ergebnissicherung 2	Besprechung der Ergebnisse
3'	<u>Graphische Eigenschaft von AZ:</u> Die Punkte einer AZ liegen auf einer Hyperbel . Eine Hyperbel nähert sich den beiden Achsen nur an.	UG		Merksatz aufschreiben (Lückentext, Arbeitsheft, Folie)
5'	Hinführung auf die graphischen Eigenschaften der SZ	EA	Erarbeitung 3	Aufgabe „Wanderung“ (Graph)
5'		SV	Ergebnissicherung 3	Vorstellung der Lösungen
3'	<u>Graphische Eigenschaft von SZ:</u> Die Punkte einer weder proportionalen noch antiproportionalen Zuordnung liegen weder auf einer Halbgeraden, die vom Ursprung ausgeht, noch auf einer Hyperbel.	UG		

4. Stunde (geblockt) (45'): Ziel der Stunde: Lösen von Textaufgaben mit Hilfe des Proportionalitätsfaktors

Zeit	Inhalte	Sozialform	U-Phase	Aktivitäten
10'	Hinführung auf das Problemlösen mit Proportionalitätsfaktor	GA	Erarbeitung 1	Aufgabe „Flüssigkeitshöhe und Volumen“
5'		UG	Ergebnissicherung 1	Besprechung der Lösungen
5'	Mit dem Proportionalitätsfaktor kann man bei einer proportionalen Zuordnung zu jeder Ausgangsgröße die zugeordnete Größe berechnen und umgekehrt. Ausgangsgröße $\cdot \text{Proportionalitätsfaktor}$ $\longrightarrow$ zugeordnete Größe $\longleftarrow$ $:\text{Proportionalitätsfaktor}$	UG		Aufschreiben des Merksatzes (Arbeitsheft, Folie)
15'	Anwendung der Formel zur Berechnung der Ausgangsgröße und der zugeordneten Größe bei der Bearbeitung von Sachaufgaben	GA	Erarbeitung 2	• Textaufgabe „Kassenzettel“ • Textaufgabe „Urlaubsreise“
5'		UG	Ergebnissicherung 2	Besprechung der Lösungen
5'	Kurzbefragung			

4.Stunde (verschachtelt) (45´): Ziel der Stunde: Wiederholung der Eigenschaften von PZ, AZ und SZ (Vervielfachungseigenschaft und graphische Eigenschaft)

Zeit	Inhalte	Sozialform	U-Phase	Aktivitäten
9´	Vervielfachungs- und graphische Eigenschaft von PZ	GA	Erarbeitung 1	Aufgabe „Messzylinder“
5´		SV	Ergebnissicherung 1	Vorstellung der Lösung
9´	Vervielfachungs- und graphische Eigenschaft von AZ	GA	Erarbeitung 2	Aufgabe „Bandstücke“
5´		SV	Ergebnissicherung 2	Vorstellung der Lösung
9´	Merkmale von SZ (Vergleich mit PZ und AZ)	GA	Erarbeitung 3	Aufgabe „Minicar“
5´		UG	Ergebnissicherung 3	Besprechung der Lösungen
3´	Kurzbefragung			

Exemplarisch werden die Aufgaben aus dem Arbeitsheft der Lernenden für die 3. Unterrichtsstunde geblockt/verschachtelt dargestellt:

3. Unterrichtsstunde geblockt (diese Aufgaben wurden in der Stunde eingesetzt)

Datum: _____

Aufgabe: Tabellenexperte

In den folgenden Tabellen sind proportionale Zuordnungen dargestellt.

- Ergänze die freien Felder in den Tabellen.
- In die dritte Spalte trage den Quotienten $\frac{\text{zugeordnete Größe}}{\text{Ausgangsgröße}}$ ein.

a.

Zeit in h	Wasserstand in cm
1	4
2	
6	
12	
24	

Wasserstand in cm	Zeit
4	1

$\frac{4}{1} = 4$

b.

Zeit in h	Strecke in km
2	160
10	800
1	
4	
3	

Strecke in km	Zeit
160	2
800	10

c.

Gewicht in kg	Preis in €
3	1,50
1	
20	
9	
60	

Preis in €	Gewicht
1,50	3

Aufgabe: Ist die Zuordnung proportional?

Überprüfe mit Hilfe der Quotientengleichheit, ob die Zuordnung proportional ist. Gib bei den proportionalen Zuordnungen den Proportionalitätsfaktor an.

a.

Zeit in h	Weg in km
1	5
2	10
3	15
4	20

zugeordnete Größe	Ausgangsgröße

proportional? ☐ ja ☐ nein

falls ja, Proportionalitätsfaktor: _____

b.

Füllhöhe in cm	Volumen in cm³
2	4
4	16
6	36
8	72

zugeordnete Größe	Ausgangsgröße

proportional? ☐ ja ☐ nein

falls ja, Proportionalitätsfaktor: _____

c.

Anzahl	Preis in €
5	15,00
8	24,00
1	3,00
12	4,00

zugeordnete Größe	Ausgangsgröße

proportional? ☐ ja ☐ nein

falls ja, Proportionalitätsfaktor: _____

d.

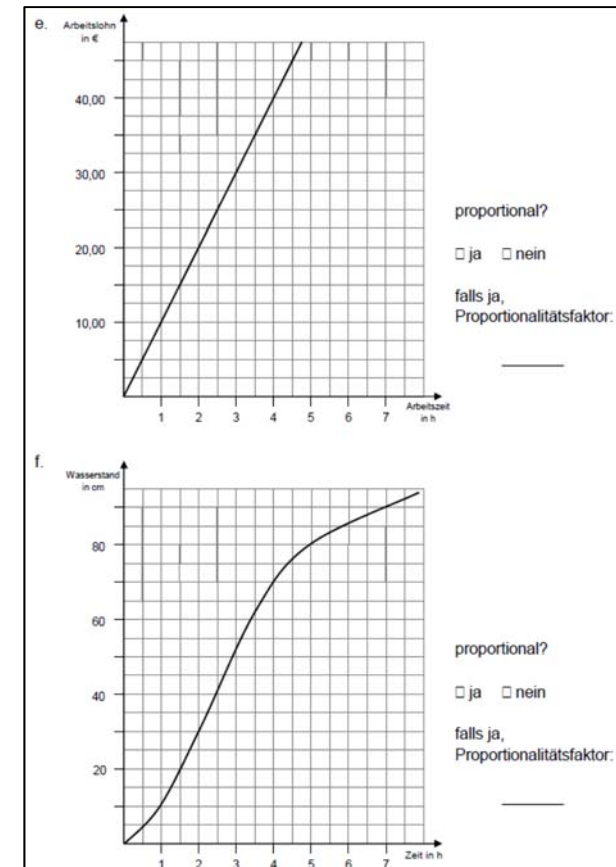
Höhe in cm	Breite in cm
8	2
48	12
4	1
12	3

zugeordnete Größe	Ausgangsgröße

proportional? ☐ ja ☐ nein

falls ja, Proportionalitätsfaktor: _____

Auf der nächsten Seite geht es mit dieser Aufgabe weiter!



3. Unterrichtsstunde verschachtelt (diese Aufgaben wurden in der Stunde eingesetzt)

Aufgabe: Undichter Wasserhahn

Ein undichter Wasserhahn tropft so gleichmäßig wie das Ticken einer Uhr. Fangen wir diese Tropfen in einem zylindrischen Gefäß auf, so ergibt sich ein Zusammenhang zwischen der Zeit und der Höhe des aufgefangenen Wassers.



- a. Vervollständige die Tabelle. Kennzeichne alle deine Rechenschritte mit Pfeilen, wie in dem Beispiel.

Zeit in h	Füllhöhe in cm
0,5	1
1	2
6	
12	24
4	
2	

- b. Fülle in folgenden Aussagen die Lücken aus:

Wenn die doppelte Zeit vergeht, ist das Wasser doppelt so hoch.
 Wenn die dreifache Zeit vergeht, ist das Wasser dreimal so hoch.
 Wenn die fünffache Zeit vergeht, ist das Wasser _____ so hoch.
 Wenn die Hälfte der Zeit vergeht, ist das Wasser _____ so hoch.
 Wenn ein Drittel der Zeit vergeht, ist das Wasser _____ so hoch.

Aufgabe: Bonus verteilen

In einem Online-Strategiespiel kannst du den Rüstungsbonus von 48 Punkten unter beliebig vielen Kriegeren deines Heeres verteilen. Jeder Krieger soll gleich viele Punkte bekommen.



- a. Vervollständige die Tabelle. Kennzeichne alle deine Rechenschritte mit Pfeilen, wie in dem Beispiel.

Anzahl der Krieger	Bonuspunkte pro Krieger
1	48
2	24
3	16
6	
8	
12	
24	

- b. Fülle in folgenden Aussagen die Lücken aus:

Wenn doppelt so viele Krieger Bonuspunkte bekommen, hat jeder einzelne Krieger _____ so viele Punkte.

Wenn dreimal so viele Krieger Bonuspunkte bekommen, hat jeder einzelne Krieger _____ so viele Punkte.

Wenn viermal so viele Krieger Bonuspunkte bekommen, hat jeder einzelne Krieger _____ so viele Punkte.

Aufgabe: Wanderung

An einem Samstag unternimmt Familie Schmidt eine kleine Wanderung. Mit Pausen und Picknicken schafft sie eine 6 km lange Tour in ca. 5 Stunden.



Die Tabelle stellt den Zusammenhang zwischen der Zeit und der zurückgelegten Wanderstrecke dar.

Zeit in h	Strecke in km
0,5	1,0
1	1,5
3	2,5
3,5	2,5
4,5	4,5
5	6,0

- a. Richtig oder falsch? Kreuze an.

- | | | |
|--|----------------------------------|---------------------------------|
| 1) Wenn die doppelte Zeit vergeht, ist die zurückgelegte Strecke doppelt so lang. | ☐ richtig | ☐ falsch |
| 2) Wenn die dreifache Zeit vergeht, ist die zurückgelegte Strecke dreimal so lang. | ☐ richtig | ☐ falsch |
| 3) Wenn die halbe Zeit vergeht, ist die zurückgelegte Strecke doppelt so lang. | ☐ richtig | ☐ falsch |
| 4) Wenn die fünffache Zeit vergeht, ist die zurückgelegte Strecke ein Fünftel so lang. | ☐ richtig | ☐ falsch |

- b. Erkläre mündlich mit eigenen Worten, warum die obige Zuordnung weder proportional noch antiproportional ist.