

ANHANG

Inhaltsverzeichnis des Anhangs

A.	Interviewleitfaden.....	- 1 -
B.	Beweisaufgaben und Referenzskizzen	- 5 -
C.	Beweistexte und Skizzen der Studierenden.....	- 7 -
	C.1 Nina und Maja (Gruppe 1) - Beweis 1.....	- 7 -
	C.2 Nina und Maja (Gruppe 1) - Beweis 2.....	- 9 -
	C.3 Dennis und Julius (Gruppe 2) - Beweis 1	- 10 -
	C.4 Dennis und Julius (Gruppe 2) - Beweis 2.....	- 12 -
	C.5 Pia und Charlotte (Gruppe 3) - Beweis 1	- 14 -
	C.6 Pia und Charlotte (Gruppe 3) - Beweis 2	- 17 -
	C.7 Daria und Leonie (Gruppe 4) - Beweis 1	- 19 -
	C.8 Daria und Leonie (Gruppe 4) - Beweis 2	- 21 -
D.	Transkriptionsregeln.....	- 23 -
E.	Das Toulminschema	- 24 -
F.	Reanalysen der Daten von Erkek und Işıksal Bostan.....	- 24 -
G.	Rekonstruktionen der Argumentationen der Studierenden	- 27 -
	G.1 Schematische Kurzschreibweise	- 27 -
	G.2 Inhaltliche Rekonstruktion	- 33 -
	G.2.1 Nina und Maja (Gruppe 1) - Beweis 1	- 33 -
	G.2.2 Nina und Maja (Gruppe 1) - Beweis 2	- 35 -
	G.2.3 Dennis und Julius (Gruppe 2) - Beweis 1.....	- 39 -
	G.2.4 Dennis und Julius (Gruppe 2) - Beweis 2.....	- 45 -
	G.2.5 Pia und Charlotte (Gruppe 3) - Beweis 1	- 48 -
	G.2.6 Pia und Charlotte (Gruppe 3) - Beweis 2	- 52 -
	G.2.7 Daria und Leonie (Gruppe 4) - Beweis 1	- 59 -
	G.2.8 Daria und Leonie (Gruppe 4) - Beweis 2	- 61 -
H.	Das metakognitiv-diskursive Kategoriensystem traKat.....	- 67 -
I.	Beispiele der Metakognitionsanalyse.....	- 69 -
J.	Übersicht der Besonderheiten in den einzelnen Argumentationssträngen.....	- 71 -

A. Interviewleitfaden

In diesem Abschnitt befindet sich der Leitfaden des Interviews, auf dem diese Untersuchung aufbaut. Die beiden Fragenteile vor und nach der Bearbeitung der Beweisaufgaben wurden in dieser Arbeit nicht ausgewertet.

ANFANG DES INTERVIEWS

1. Ablaufplan erklären:
 - Fragen am Anfang zur Einstellung zum Beweisen
 - Fragen der Teilnehmer beantworten
 - Bearbeitung von Aufgaben: Aussagen sollen bewiesen werden
 - Fragen am Ende über das Beweisen der Aussagen
2. Fragen der Studierenden klären

FRAGEN VOR DER BEARBEITUNG DER BEWEISAUFGABEN

Teil 1: Hintergrundinformationen

1. Könnt ihr mir ein bisschen über euch und euren Studienhintergrund erzählen?
 - Welche anderen Fächer studiert ihr?
 - Was habt ihr bis jetzt in Mathe gemacht?
2. Was versteht ihr unter mathematischem Beweisen?
 - Was ist für euch ein Beweis?
3. Welche Erfahrungen habt ihr bis jetzt mit mathematischen Beweisen gemacht? (in der Schule, in der Uni ...)
4. Welche Art von Beweisen kennt ihr?
 - Welche könnt ihr gut? Warum?
 - Welche Beweise fallen euch schwer? Warum?
 - Könnt ihr konkrete Beispiele nennen?
5. Wenn ihr eine Aussage bekommt, die ihr beweisen sollt:
 - Wie geht ihr vor? (z. B. Nachschlagen in Fachbüchern/Internet, um Hilfe bitten, Skizzen zeichnen, usw.)
 - Was macht ihr, wenn ihr beim Beweisen feststeckt?
 - Wenn ihr eine Aussage bewiesen habt, versucht ihr einen zweiten Beweis zu finden?
 - Wenn ihr es nicht schafft, eine Aussage zu beweisen, woran kann das liegen?
6. Findet ihr es interessant, mathematische Aussagen zu beweisen? Warum (nicht)?
7. Glaubt ihr, ihr könnt gut beweisen? Warum (nicht)?

Teil 2: Technologien beim Mathelernen und ihre Wahrnehmung

8. Welche Erfahrung habt ihr bisher mit Technologien beim Mathelernen gemacht?
 - Welche Arten von Technologie habt ihr kennengelernt (in der Schule, in der Uni)?
9. Welche Vorteile seht ihr im Mathelernen mit Technologien?
 - Welche Nachteile seht ihr?
10. Helfen euch Technologien beim Beweisen einer Aussage?
 - Inwiefern (nicht)?

BEARBEITUNG DER AUFGABEN

Erklärung der Aufgabe:

- Aussage soll bewiesen werden
- Sie sollen zusammenarbeiten, um den Beweis zu finden
- Sie sollen sich gegenseitig fragen, wenn sie einen Schritt des anderen nicht verstehen
- Beweis am Ende sauber aufschreiben
- Bescheid sagen, wenn sie meinen, mit dem Beweis fertig zu sein

Hilfsmittel:

- Skaliertes Lineal, Geodreieck, Zirkel, DGS
- Papier und Stift für Notizen (blanko, kariert, liniert)

FRAGEN NACH DER BEARBEITUNG DER BEWEISAUFGABEN

Für jede Aussage einzeln fragen, nach Abschluss der Bearbeitung aller Aufgaben.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, wie man beim Beweisen vorgeht.

Ich würde euch zu jeder Aufgabe gerne noch ein paar Fragen stellen, damit ich herausfinden kann, wie ihr vorgegangen seid.

Habt ihr eine Aufgabe, mit der ihr gerne anfangen würdet?

Teil 1: Reflexion des Beweisprozesses

A. Die Aussage verstehen

1. Kanntet ihr die erste Aussage?
 - Eine ähnliche Aussage?
 - Hat das beeinflusst, wie ihr bei dieser Aussage vorgegangen seid?
 - An welcher Stelle?
 - Wie genau?
 - Könnt ihr mir das konkret zeigen?

2. Wie schwierig habt ihr den Beweis der Aussage am Anfang eingeschätzt (1 ist einfach, 5 ist schwierig)?
 - Hat sich eure Einschätzung während des Beweises verändert? Warum?
 - Wie schätzt ihr die Aufgabe jetzt im Rückblick ein?
3. Hattet ihr Probleme, die Aussage zu verstehen?
 - Falls ja: Welche Teile waren verwirrend?
4. Gibt es Signalwörter oder Teilaussagen, die euch aufgefallen sind?
 - Falls ja: Welche waren das?
5. Habt ihr euch die Aussage irgendwie veranschaulicht, z. B. in Stichworten aufgeschrieben oder eine Zeichnung angefertigt?
 - Falls ja: Was habt ihr gemacht und warum?

B. Die Aussage analysieren und erkunden

6. Nachdem ihr die erste Aussage gelesen habt, wie seid ihr vorgegangen?
 - Habt ihr versucht, die Aussage zu vereinfachen?
 - Könnt ihr mir erklären, wie ihr das gemacht habt?
7. Hattet ihr gleich eine Idee für den Beweis, nachdem ihr die Aussage gelesen habt?
 - Welche?
8. Wie wolltet ihr die Aussage am Anfang beweisen?
9. Habt ihr Strategien benutzt, um herauszufinden, wie ihr vorgehen könnt?
 - Welche?
 - Woher wusstet ihr, dass eure Strategien sinnvoll sind?
10. Welches mathematische Wissen habt ihr benutzt, um herauszufinden, wie ihr vorgehen könnt?
 - Woher wusstet ihr, dass dieses Wissen nützlich ist?

C. Beweisplanung und Durchführung

11. Hattet ihr so etwas wie einen Beweisplan?
 - Wie sah der aus?
12. Seid ihr eurem Plan gefolgt?
 - Wie habt ihr ihn umgesetzt?
13. Wie beurteilt ihr euren Plan im Nachhinein?
14. Welche Strategien waren für euch beim Beweisen der Aussage wichtig?
15. Welches mathematische Wissen war für euch tatsächlich beim Beweisen der Aussage wichtig?
 - Könnt ihr mir das erklären?

16. Was waren die wichtigsten Dinge, die euch beim Beweisen geholfen haben?

17. Wie seid ihr vorgegangen, wenn ihr mit eurem Beweis nicht weiterkam?

D. Überprüfen des Beweises

18. Woher wusstet ihr, dass die Aussage bewiesen ist?

19. Woher wusstet ihr, ob der Beweis richtig ist?

20. Habt ihr überprüft, ob euer Beweis sinnvoll ist und mit den Voraussetzungen aus der Aussage übereinstimmt? Wie und warum (nicht)?

Teil 2: Reflexion über das Beweisen mit DGS – falls DGS genutzt wurde

21. Welche Rolle spielte GeoGebra in eurem Beweisprozess?

- Warum habt ihr euch entschieden, GeoGebra zu benutzen?

22. Hat euch GeoGebra geholfen, die Aussage zu beweisen?

- Hat euch GeoGebra beim Beweisen auch behindert oder abgelenkt?
- Wie?

23. Wie hat die Interaktion mit GeoGebra euren Beweisprozess beeinflusst?

24. Wie würdet ihr eure Interaktionen mit GeoGebra beschreiben?

25. Welche Werkzeuge von GeoGebra habt ihr beim Beweisen genutzt?

Teil 3: Sonstiges

26. Was habt ihr dadurch gelernt, dass ihr die Aussagen bewiesen habt?

B. Beweisaufgaben und Referenzskizzen

Die folgenden beiden Aussagen wurden den Studierenden in dieser Untersuchung zum Beweisen vorgelegt. Zu jeder Aussage wurde eine Referenzskizze erstellt, um die Argumentationen der Studierenden über die Gruppen hinweg in den Bezeichnungen vergleichen zu können.

Beweisaufgabe 1:

Beweisen Sie folgende Aussage:

Gegeben sei ein Winkel α mit den Schenkeln g und h . Zeichnet man zum Schenkel g eine Parallele k , die den Schenkel h schneidet, dann bilden h und k mit der Winkelhalbierenden von α ein gleichschenkliges Dreieck.

Referenzskizze zu Beweis 1:

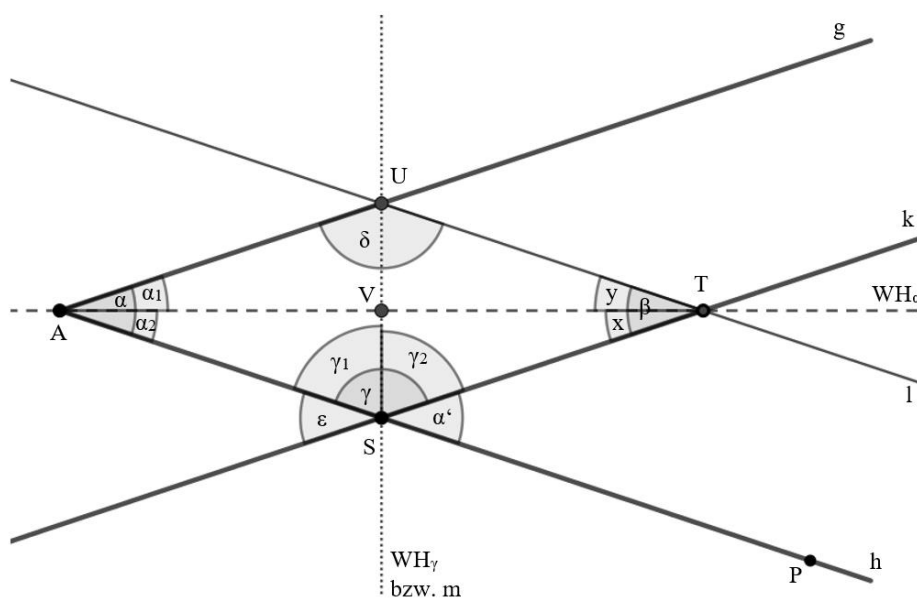


Abbildung 1: Referenzskizze zur ersten Aussage

Beweisaufgabe 2:

Beweisen Sie folgende Aussage:

Ein Parallelogramm ist genau dann ein Rechteck, wenn seine Diagonalen gleich lang sind.

Referenzskizzen zu Beweis 2:

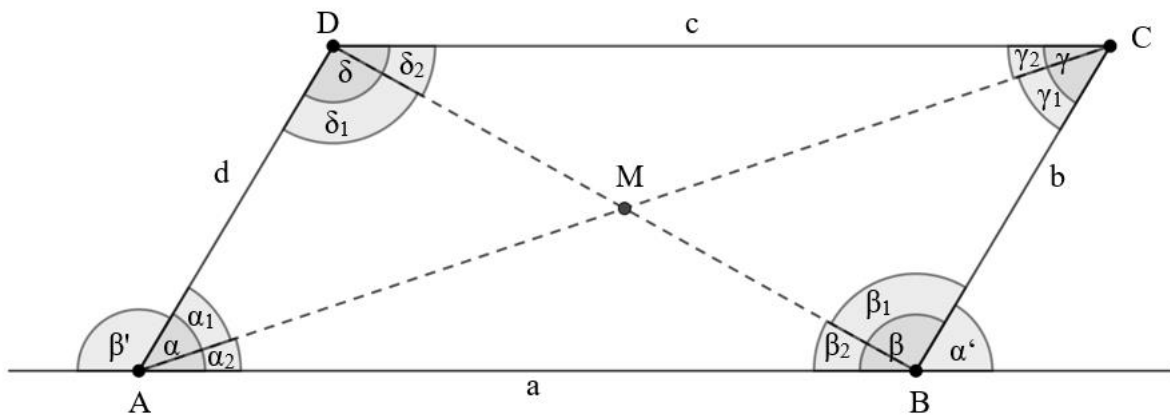


Abbildung 3: Referenzskizze zur zweiten Aussage - Parallelogramm

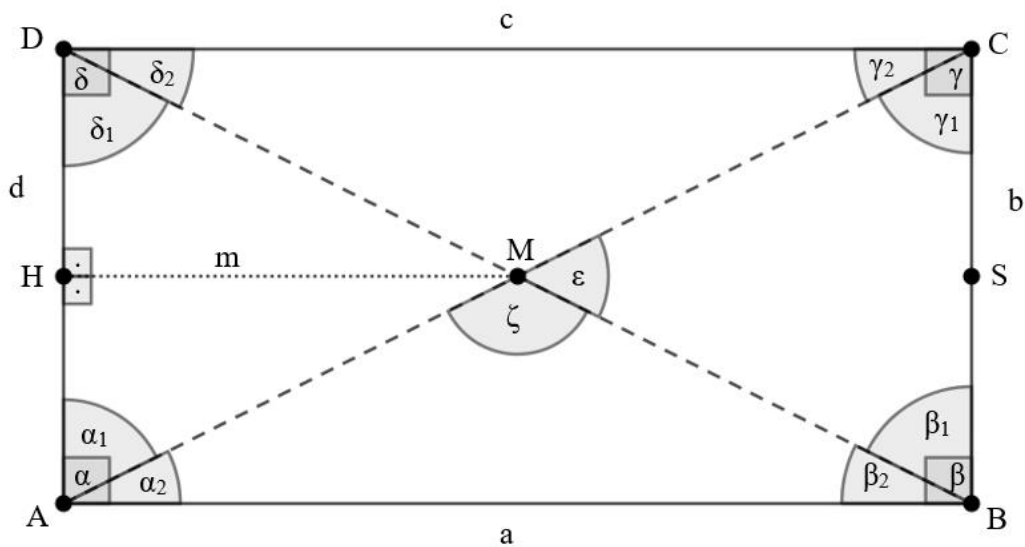


Abbildung 2: Referenzskizze zur zweiten Aussage - Rechteck

C. Beweistexte und Skizzen der Studierenden

Bei der Bearbeitung der Beweisaufgaben erstellten die Studierenden Skizzen, Formel und einen Beweistext für beide Aussagen, die in diesem Abschnitt nach Gruppen und Beweis getrennt zu finden sind. Wenn die Studierenden für eine Aussage mehrere Skizzen oder Formeln erstellt haben, sind diese wie in den Transkripten beschriftet und durchnummeriert.

C.1 Nina und Maja (Gruppe 1) - Beweis 1

In diesem Abschnitt befinden sich die Skizze und der Beweis von Nina und Maja (Gruppe 1) zur ersten Aussage.

Gegeben sei ein Winkel α mit den Schenkeln g und h . Zeichnet man zum Schenkel g eine Parallele k , die den Schenkel h schneidet, dann bilden h und k mit der Winkelhalbierenden von α ein gleichschenkliges Dreieck.

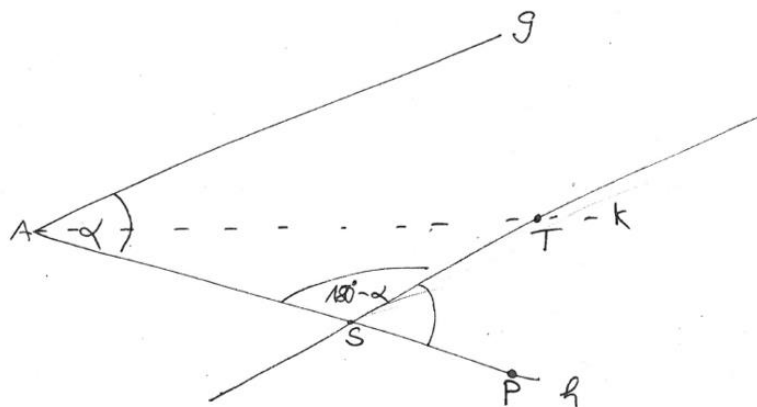


Abbildung 4: Skizze von Nina und Maja (Gruppe 1), Beweis 1

Gegeben sind Winkel α mit den Schenkeln g und h und eine Parallele k zu g , die den Schenkel h in S schneidet.

Zudem schneidet k die Winkelhalbierende von α im Punkt T .

Der Schnittpunkt von g und h wird mit A bezeichnet.

Nun ist zu zeigen, dass das Dreieck $\triangle AST$ ein gleichschenkeliges Dreieck ist.

Dafür müssen die Winkel $\angle SAT$ und $\angle ATS$ nach dem Basiswinkelsatz gleich groß sein.

Da α durch die Winkelhalbierende geteilt wird, wissen wir, dass $\angle SAT = \frac{\alpha}{2}$ ist.

Zur Beschreibung wird ein neuer Punkt P auf h definiert, sodass gilt: $A-S-P$.

Da $g \parallel k$, wissen wir, dass α und $\angle TSP$ Stufenwinkel sind.

Da $\angle AST$ und $\angle TSP$ Nebenwinkel sind, wissen wir nun, dass $\angle AST = 180^\circ - \alpha$ ist.

Durch die Winkelsumme in Dreieck $\triangle AST$ kann nun der Winkel $\angle STA$ berechnet werden.

$$180^\circ - (180^\circ - \alpha) - \frac{\alpha}{2} = \angle STA$$

$$\angle STA = 180^\circ - 180^\circ + \alpha - \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle STA = \frac{\alpha}{2}$$

Das Dreieck $\triangle AST$ hat folgendermaßen:

$$\angle AST = 180^\circ - \alpha$$

$$\angle SAT = \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle STA = \frac{\alpha}{2}$$

Da die Basiswinkel gleich groß sind, muss es sich also um ein gleichschenkeliges Dreieck handeln.

Abbildung 5: Beweistext von Nina und Maja (Gruppe 1), Beweis 1

C.3 Dennis und Julius (Gruppe 2) - Beweis 1

In diesem Abschnitt befinden sich die Skizzen, die Formeln und der Beweis von Dennis und Julius (Gruppe 2) zur ersten Aussage.

Gegeben sei ein Winkel α mit den Schenkeln g und h . Zeichnet man zum Schenkel g eine Parallele k , die den Schenkel h schneidet, dann bilden h und k mit der Winkelhalbierenden von α ein gleichschenkliges Dreieck.

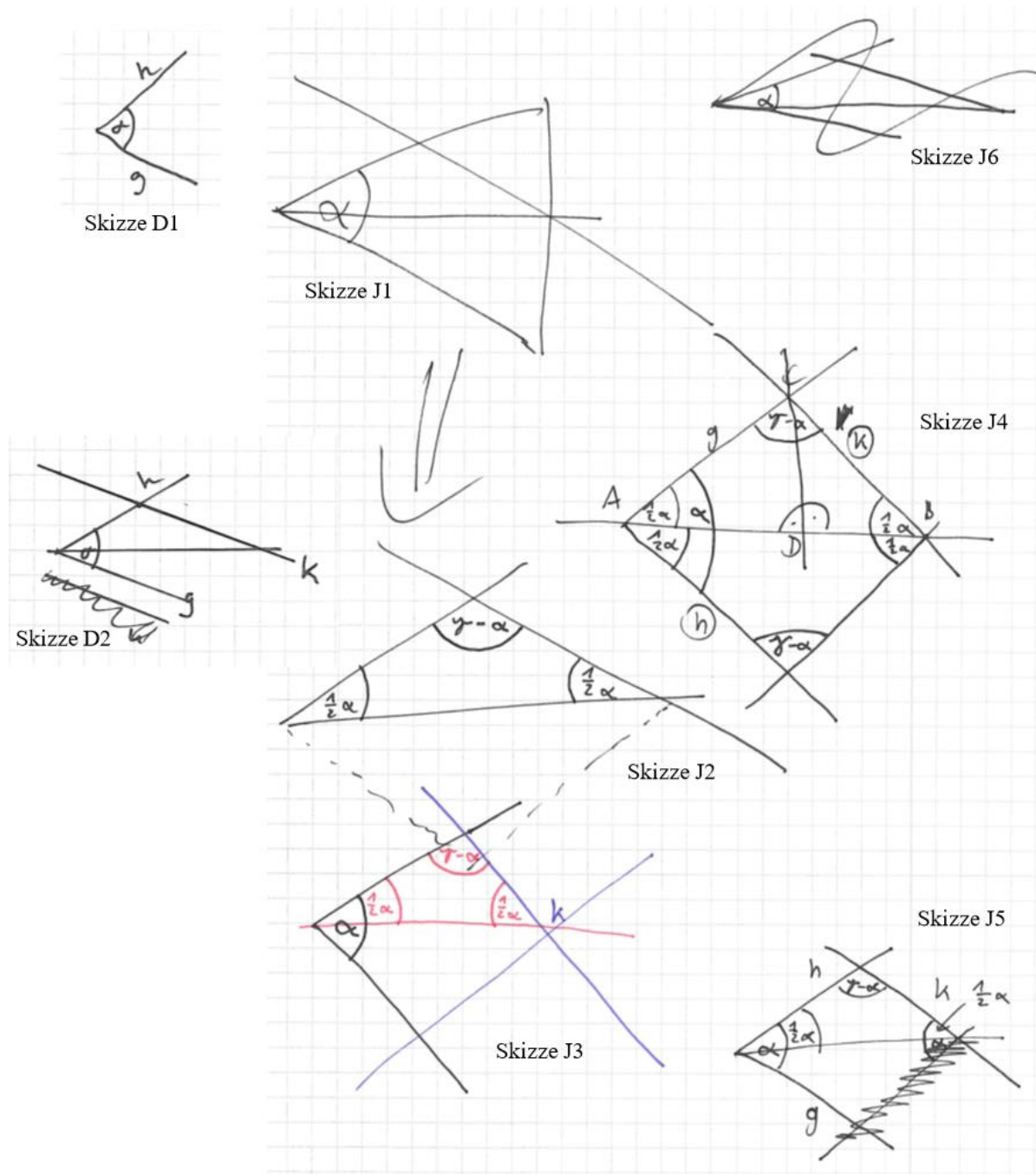


Abbildung 8: Skizzen von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 1

$$360^\circ = \alpha + \alpha + (y - \alpha) + (y - \alpha)$$

$$\Leftrightarrow 360^\circ = 2\alpha + 2(y - \alpha) \quad | : 2$$

$$\Leftrightarrow 180^\circ = \alpha + (y - \alpha)$$

Formeln zu den Winkeln

$$\Leftrightarrow \boxed{180^\circ = \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\alpha + (y - \alpha)}$$

Winkelhalbierende:

$$\alpha \Rightarrow \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\alpha$$

Formel zur Winkelhalbierenden

Winkelhalbierende teilt α in 2 gleich große Winkel ($\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\alpha$).

Schnittpunkt der W. mit k . Erhalten $\beta = \frac{1}{2}\alpha$, da g und h gleich lange Strecken sind. Somit gilt für $y = y - \frac{1}{2}\alpha - \beta$

$$\Rightarrow y = y - \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}\alpha$$

$$\Leftrightarrow y = y - \alpha$$

~

Weitere Winkelhalbierende durch y :

$$\Rightarrow \frac{1}{2}y$$

Zwei W. teilt die Strecke $\overline{AB}$ in zwei gleiche Teile (Mittelpunkt der Strecke). Daraus folgen zwei Dreiecke

$$\triangle ACD \wedge \triangle BCD$$

Für:

$$\triangle ACD \text{ gilt: } \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}y + 90^\circ$$

$$\triangle BCD \text{ gilt: } \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}y + 90^\circ$$

Zusammenfassen:

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}y + 90^\circ = \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}y + 90^\circ$$

Daraus sind die Dreiecke kongruent. Somit muss g dieselbe Länge wie h haben. Das Dreieck $\triangle ABC$ ist somit gleichschenkelig.

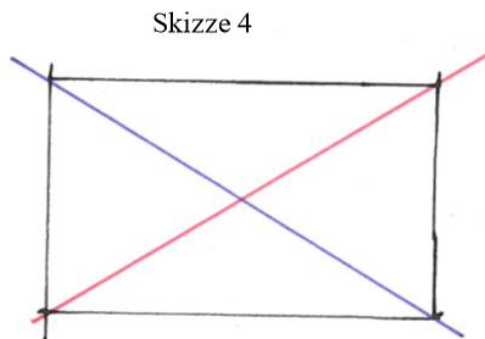
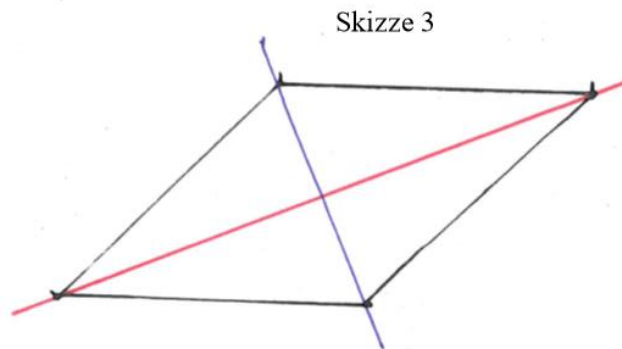
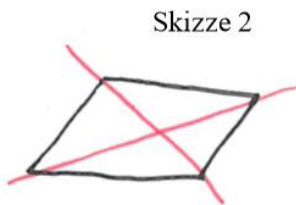
Abbildung 9: Formeln und Beweistext von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 1

C.4 Dennis und Julius (Gruppe 2) - Beweis 2

In diesem Abschnitt befinden sich die Skizzen, die Formel und der Beweis von Dennis und Julius (Gruppe 2) zur zweiten Aussage.

Ein Parallelogramm ist genau dann ein Rechteck, wenn seine Diagonalen gleich lang sind.

Skizze 1 

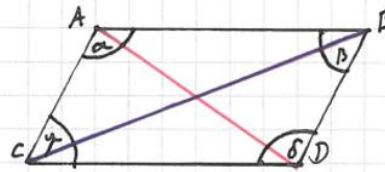


Julius' Formel

$$\triangle ABC := \alpha + -\beta + -\gamma$$

Abbildung 10: Skizzen und Formel von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 2

Fertigen eine Skizze an:



Beweisskizze 1

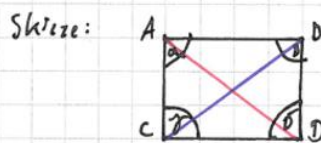
Abb. 1

Diagonalen: $\overline{AD}$ und $\overline{BC}$

Behauptung: $\overline{AD} = \overline{BC}$ oder $\overline{AD} \neq \overline{BC}$?

~

Rechteck mit gleichen Diagonalen: $\alpha = 90^\circ$; $\beta = 90^\circ$; $\gamma = 90^\circ$; $\delta = 90^\circ$



Beweisskizze 2

$$\Delta ABD := \frac{1}{2}\alpha + \beta + \frac{1}{2}\delta$$

$$\Rightarrow \Delta ABD := 180^\circ$$

$$\Delta ACD := \frac{1}{2}\alpha + \gamma + \frac{1}{2}\delta$$

$$\Rightarrow \Delta ACD := 180^\circ$$

$$\Delta ABC := 180^\circ$$

$$\Delta BCD := 180^\circ$$

Daraus folgt, dass es ein Rechteck mit $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 90^\circ$, $\gamma = 90^\circ$ und $\delta = 90^\circ$ die Diagonale $\overline{AD}$ und $\overline{BC}$ gleich lang sind.

Für ein Parallelogramm gilt: $\alpha \neq 90^\circ$, $\beta \neq 90^\circ$, $\gamma \neq 90^\circ$, $\delta \neq 90^\circ$ (siehe Abb. 1). Da es ein Parallelogramm ist, gilt allerdings, $\alpha = \delta$ und $\beta = \gamma$ und $\alpha \neq \beta$.

Die Diagonalen $\overline{AD}$ und $\overline{BC}$ teilen, das Parallelogramm erneut in vier Dreiecke ein. Da alle Winkel ungleich 90° sind, kann kein Winkelteilungsgepunkt vorgegeben werden (siehe Skizze). Somit haben zum ΔABC und ΔBCD die gleich. Winkelsumme, welche jedoch nicht mit der Winkelsumme von ΔABD und ΔACD identisch ist. Somit müssen die Diagonalen $\overline{AD}$ und $\overline{BC}$ unterschiedliche Längen haben.

Abbildung 11: Beweistext von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 2

C.5 Pia und Charlotte (Gruppe 3) - Beweis 1

In diesem Abschnitt befinden sich die Skizzen, die Formel und der Beweis von Pia und Charlotte (Gruppe 3) zur ersten Aussage.

Gegeben sei ein Winkel α mit den Schenkeln g und h . Zeichnet man zum Schenkel g eine Parallele k , die den Schenkel h schneidet, dann bilden h und k mit der Winkelhalbierenden von α ein gleichschenkeliges Dreieck.

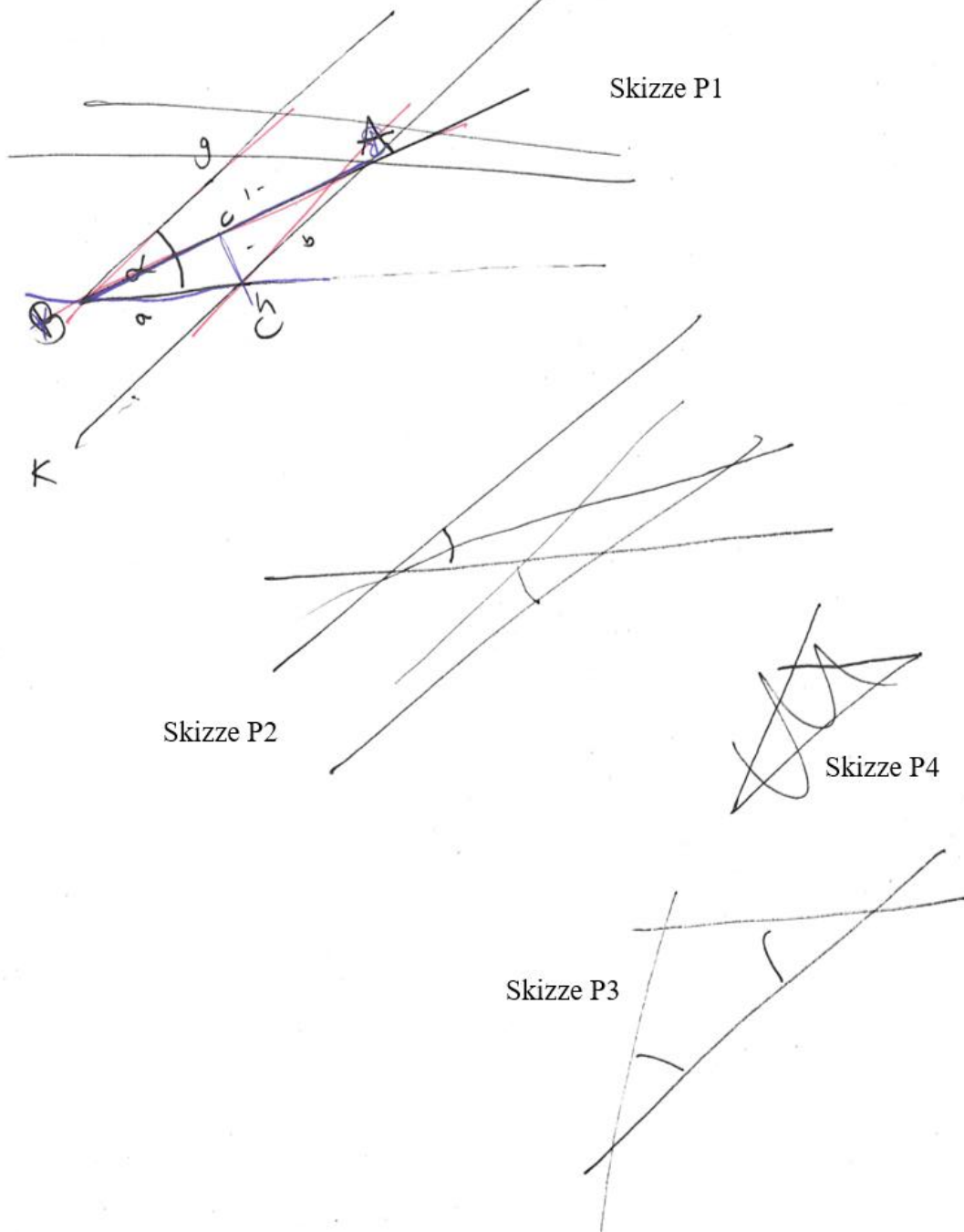


Abbildung 12: Skizzen (Teil 1) von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 1

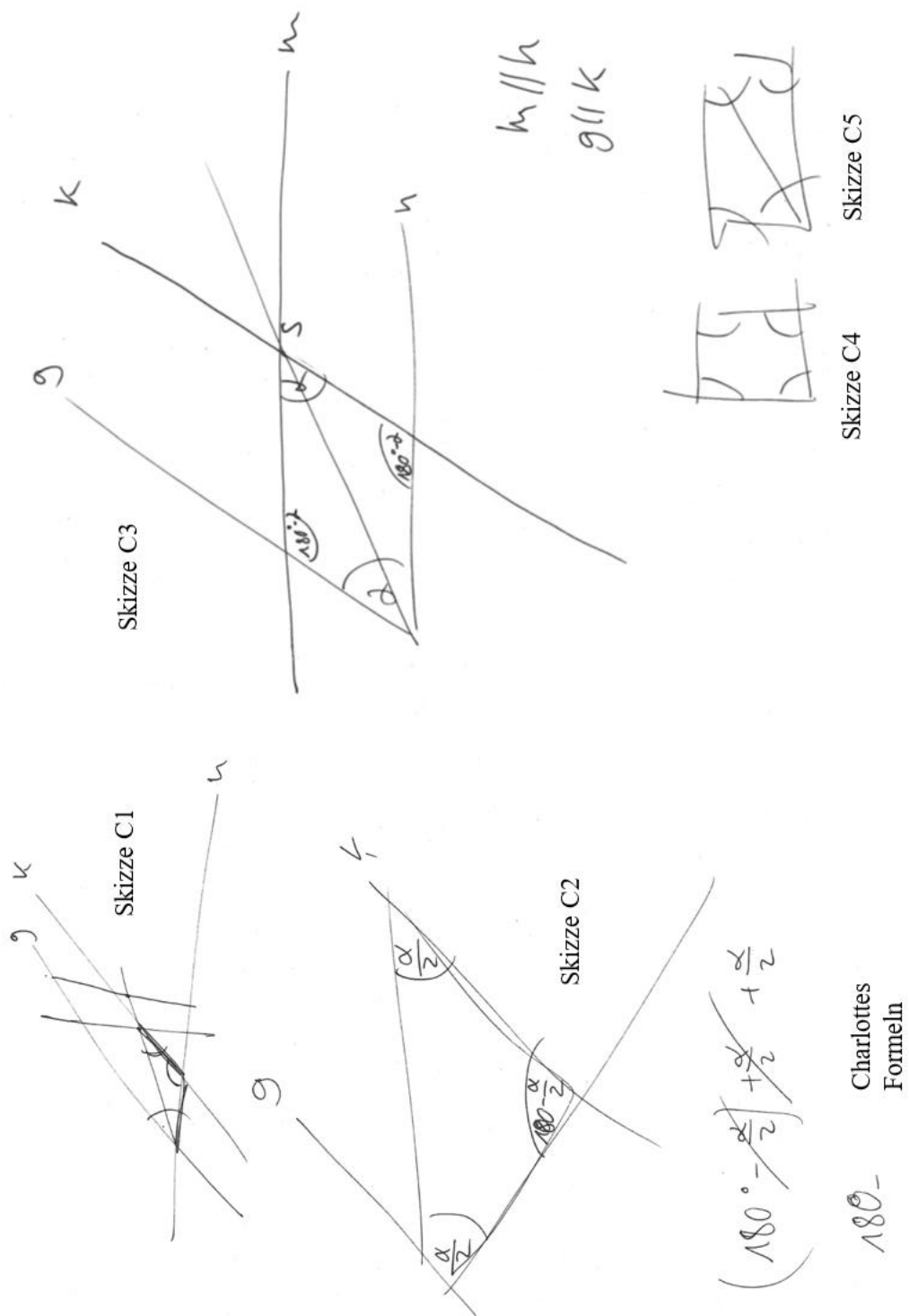
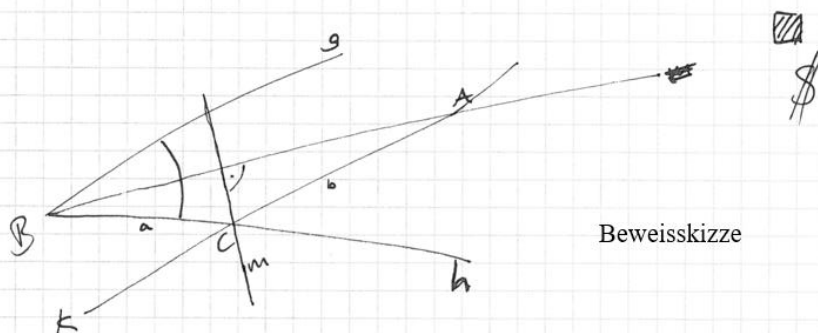


Abbildung 13: Skizzen (Teil 2) von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 1

①

1. Der Schnittpunkt der Geraden k mit der Winkelhalbierenden wird mit A betitelt.
Der Punkt, an dem g und h sich treffen, wird mit B betitelt.
2. Wir konstruieren die Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{AB}$ und nennen diese m .
Alle Punkte, die sich auf der Mittelsenkrechten m befinden haben den gleichen Abstand zu A und B .
3. Wenn der Schnittpunkt C der Geraden k und des Schenkels h sich auf der Mittelsenkrechten befindet, dann ist das Dreieck gleichschenkelig, da die Strecke $\overline{AC} (=b) \equiv \overline{BC} (=a)$, da die Punkte A und B den gleichen Abstand zu C besitzen und daher ihre Länge gleich ist.



Beweisskizze

Abbildung 14: Beweistext von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 1

Beweisskizze

- gegeben ist ein beliebiges Parallelogramm mit den Eckpunkten A, B, C und D
- $\angle DAB = \alpha$ $\angle ABC = \beta$
- Eingezeichnet werden drei Geraden, die Gerade g verläuft durch die Punkte A und B / die Gerade h durch die Punkt C und B / die Gerade k durch die Punkte D und A
- ~~Es~~ $\ell(AB) = \ell(DC)$, $\ell(AD) = \ell(BC)$
wenn $\triangle ABD$ ~~und~~ $\triangle ABC$ sind nur dann kongruent sind, dann sind die Diagonalen (Seiten) $\overline{AC}$ und $\overline{DB}$ gleich lang
- Durch SWS wissen wir, dass ~~die~~ ^{die} Winkel gleich groß sein müssen, damit beide Dreiecke kongruent sind.

$$\alpha + \beta' = 180^\circ \Rightarrow \text{Nebenwinkel}$$

$$\beta + \alpha' = 180^\circ \Rightarrow \text{---''---}$$

$$\alpha = \alpha' \Rightarrow \text{Stufenwinkel}$$

$$\beta = \beta' \Rightarrow \text{---''---}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ, \text{ da } \alpha = \beta \text{ siehe oben, müssen beide Winkel } \frac{180^\circ}{2} \text{ sein.}$$

→ Wenn α und β 90° , dann Parallelogramm ein Rechteck

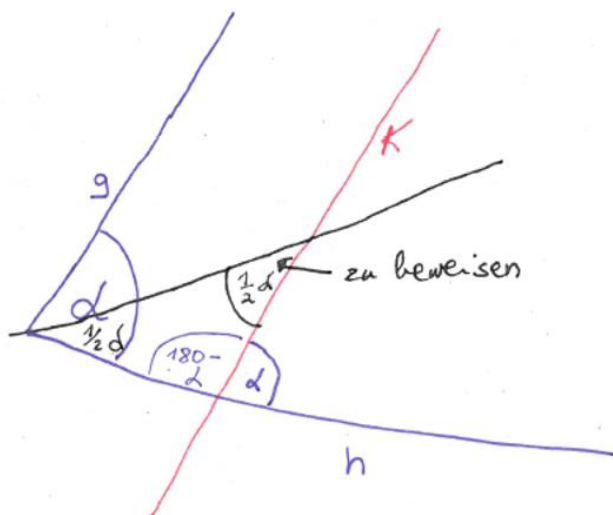
JA

Abbildung 16: Beweistext von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 2

C.7 Daria und Leonie (Gruppe 4) - Beweis 1

In diesem Abschnitt befinden sich die Skizzen, die Formeln und der Beweis von Daria und Leonie (Gruppe 4) zur ersten Aussage.

Gegeben sei ein Winkel α mit den Schenkeln g und h . Zeichnet man zum Schenkel g eine Parallele k , die den Schenkel h schneidet, dann bilden h und k mit der Winkelhalbierenden von α ein gleichschenkliges Dreieck.



$$180 = \frac{1}{2}\alpha + (180 - \alpha) + x \quad | -x \quad ; -180$$

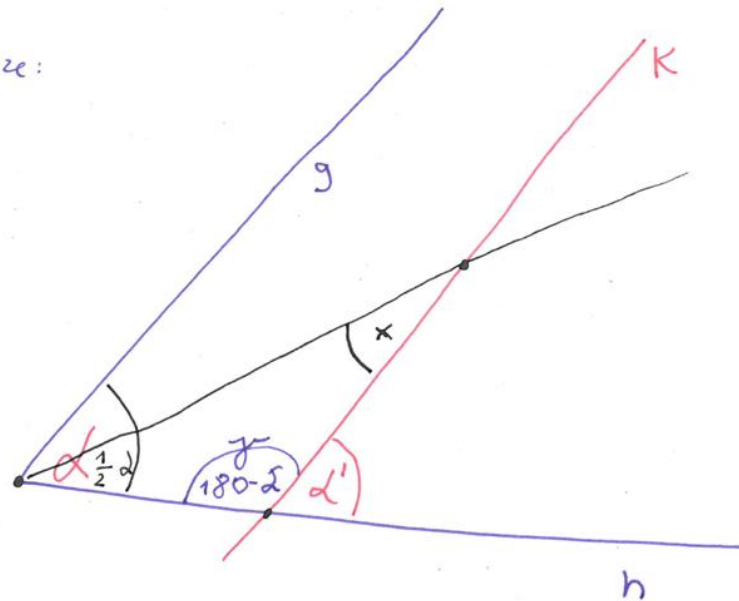
$$-x = \frac{1}{2}\alpha - \alpha \quad | \cdot (-1)$$

$$x = -\frac{1}{2}\alpha + \alpha$$

$$x = \frac{1}{2}\alpha$$

Abbildung 17: Skizze und Formeln von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 1

Skizze:



Wir wissen: $g \parallel k$

zu zeigen: $x = \frac{1}{2} \alpha$

α' ist ein Stufenwinkel zu α , da $k \parallel g$.

Auf Grund von Nebenwinkeln ist $\gamma = 180 - \alpha$

Wir wissen, Winkelsumme im Dreieck = 180° , also

$$180 = \frac{1}{2} \alpha + (180 - \alpha) + x$$

$$x = \frac{1}{2} \alpha$$

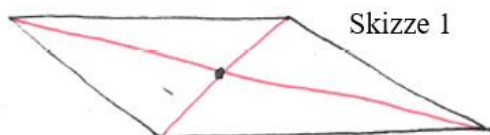
Somit ist das Dreieck gleichschenkelig.

Abbildung 18: Beweistext von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 1

C.8 Daria und Leonie (Gruppe 4) - Beweis 2

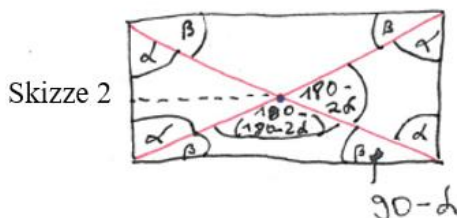
In diesem Abschnitt befinden sich die Skizzen, die Formeln und der Beweis von Daria und Leonie (Gruppe 4) zur zweiten Aussage.

Ein Parallelogramm ist genau dann ein Rechteck, wenn seine Diagonalen gleich lang sind.



Skizze 1

Formel A



Skizze 2

$$\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$$

Formel B

$$\frac{180 - [180 - (180 - 2\alpha)]}{2} = \frac{180 - 2\alpha}{2} = 90 - \alpha$$

$$360 = 4 \cdot (\alpha + 90 - \alpha)$$

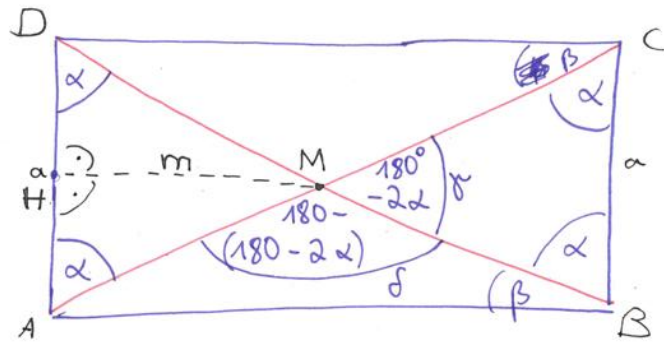
$$360 = \cancel{4\alpha} + 360 - \cancel{4\alpha}$$

$$360 = 360$$

Formeln C

Abbildung 19: Skizzen und Formeln von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 2

Wir wollen beweisen $\alpha + \beta = 90^\circ$, weil bei einem Rechteck alle Winkel 90° haben



Beweisskizze

Wir wissen Diagonalen sind gleich lang

Da Seite a halbiert wurde (Mittelsenkrechte m)

wissen wir dass die beiden Dreiecke AMH und HMD zwei gleich lange Seiten ($\frac{1}{2}a$ und m) haben und nach SSS ist $AM = DM$. Das selbe gilt für Dreieck BCM .

Deshalb ist der Winkel α bei allen gleich.

Wir wissen ein Dreieck hat 180° also wissen wir $\gamma = 180^\circ - 2\alpha$

Aufgrund vom Nebenwinkel wissen wir dass

$$f = 180^\circ - (180 - 2\alpha)$$

Aufgrund Winkelsumme 180° und ABM ist ein gleichschenkeliges Dreieck wissen wir β

$$\beta = \frac{180 - [180 - (180 - 2\alpha)]}{2} = 90 - \alpha$$

Wir wissen α und β und Winkelsumme $\square = 360^\circ$. Alle Winkel sind gleich groß ($\alpha + \beta$)

$$360 = 4 \cdot (2 + 90 - \alpha)$$

$$360 = 360 \quad \square$$

Abbildung 20: Beweistext von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 2

D. Transkriptionsregeln

Zum Erstellen der in dieser Arbeit genutzten Transkripte wurden die folgenden Transkriptionsregeln verwendet:

Tabelle 1: Transkriptionskonventionen

Zeichen	Erklärung
[Handlung]	In eckigen Klammern werden Handlungen wiedergegeben.
(unv.)	Mit dieser Abkürzung werden Abschnitte bezeichnet, die unverständlich sind.
(Wort?)	Mit dieser Abkürzung werden Abschnitte bezeichnet, deren Transkription nicht sicher ist.
(.)	Mit dieser Abkürzung wird eine Pause von einer Sekunde bezeichnet.
(..)	Mit dieser Abkürzung wird eine Pause von zwei Sekunden bezeichnet.
(...)	Mit dieser Abkürzung wird eine Pause von drei Sekunden bezeichnet.
(Zahl)	Mit dieser Abkürzung wird eine Pause bezeichnet, die mehr als drei Sekunden lang ist. Die Anzahl der Sekunden entspricht der Zahl in der Klammer.
//	Mit zwei Schrägstrichen wird angezeigt, dass sich zwei Personen ins Wort fallen.
Wor-	Mit einem Minuszeichen wird angezeigt, dass ein Wort abgebrochen wurde.
-äh-	Denklaute werden in Bindestrichen geschrieben.
{x}	Sollte eine Bezeichnung im Beweis nicht der Bezeichnung in der Referenzskizze entsprechen, wird die Referenzangabe in geschweiften Klammern ergänzt.
§Wort§	In Paragrafenzeichen sind Aussagen, die zeitgleich gesagt werden.
35a 35b	Bei zeitgleichen Aussagen erhält der zeitlich erste Sprecher die Turnzugabe a, der zweite Sprecher die Turnzugabe b
34.1 34.2 34.3	Wurde eine Aussage nachträglich als mehrere Aussagen erkannt, wurden die nachfolgenden Aussagen wegen der bereits existierenden Analyseergebnisse nicht neu durchgezählt. Stattdessen wurde diese Bezeichnung gewählt. Ebenso ist es möglich, dass eine Turnnummer fehlt, wenn nachträglich zwei Turns als eine Aussage erkannt und zusammengefasst wurden.
#V2_02:04-0#	Am Ende jedes Turns ist eine Zeitmarke. Diese gibt die Nummer des Videos an, das gerade transkribiert wird, sowie den Zeitpunkt, an dem der Turn zu Ende ist. Dies entspricht hier einer Aussage, die im zweiten Video nach zwei Minuten und vier Sekunden zu Ende ist.

E. Das Toulminschema

In der vorliegenden Arbeit wurden die Argumentationen nach Toulmin (1958, 1975) rekonstruiert. Abbildung 21 zeigt eine Übersicht des Rekonstruktionsschemas.



Abbildung 21: Toulminschema, leicht verändert nach Toulmin (1975), S. 95

Bedeutung der Abkürzungen:

D	Datum
G	Garant
S	Stützung
MO	Modaloperator
AB	Ausnahmebedingung
K	Konklusion

Nicht in der Abbildung enthalten ist die Widerlegung (W), sie kann sich auf alle Elemente der Rekonstruktion sowie den Schluss selbst beziehen.

F. Reanalysen der Daten von Erkek und Işıksal Bostan

In Kapitel 2.3.2, in dem die in der Literatur bekannten globalen Argumentationsstrukturen dargestellt und beschrieben wurden, wurde bei den Strukturen „unabhängige Argumente“ und „Linienstruktur“ auf eigene Rekonstruktionen verwiesen, die zu anderen globalen Strukturen als den von Erkek und Işıksal Bostan (2019) genannten führten. Diese Re-Rekonstruktionen finden sich in diesem Abschnitt.

Reanalyse des „unabhängigen Arguments“ von Erkek und Işıkşal Bostan (2019)

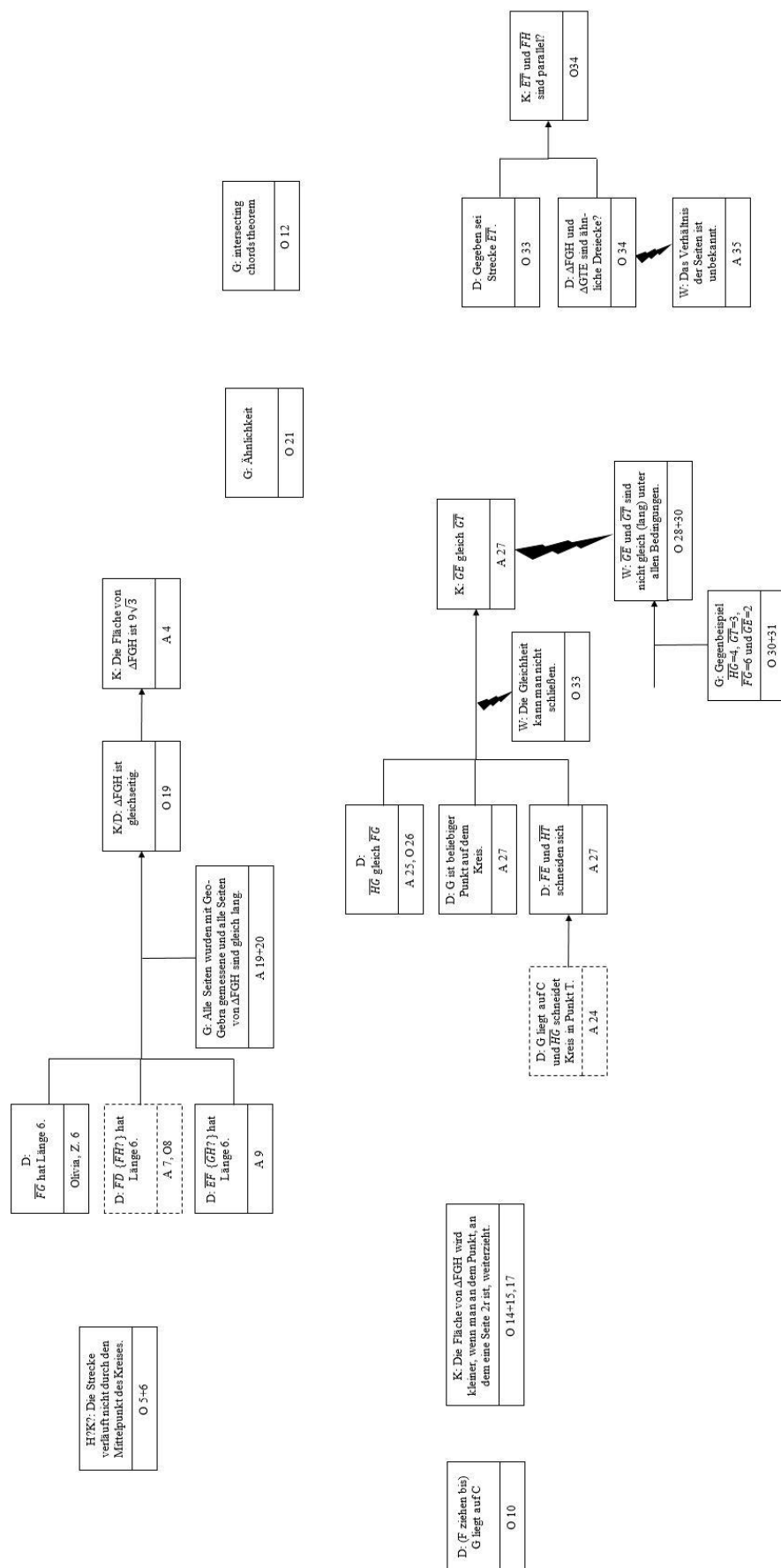


Abbildung 22: Re-Rekonstruktion des „unabhängigen Arguments“ von Erkek und Işıkşal Bostan (2019)

G. Rekonstruktionen der Argumentationen der Studierenden

In diesem Abschnitt sind die Rekonstruktionen der Argumentationen der Studierenden abgebildet, sowohl in der schematischen Kurzschreibweise als auch ausführlich mit den inhaltlichen Aussagen.

G.1 Schematische Kurzschreibweise

Die schematische Kurzschreibweise der Rekonstruktionen ist nach Gruppen und Beweisen sortiert. Die Argumentationsstränge sind jeweils markiert und nummeriert.

Nina und Maja - Beweis 1 (mündlich Argumentation)

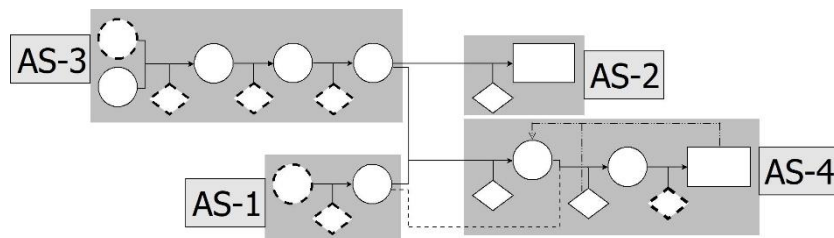


Abbildung 24: Argumentationsschema von Nina und Maja (Gruppe 1),
Beweis 1 mündlich

Nina und Maja - Beweis 1 (schriftliche Argumentation)

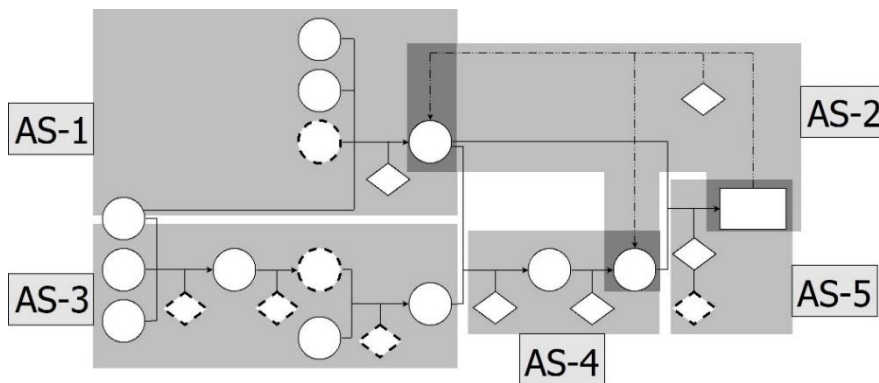


Abbildung 25: Argumentationsschema von Nina und Maja (Gruppe 1),
Beweis 1 schriftlich

Nina und Maja - Beweis 2 (mündlich Argumentation)

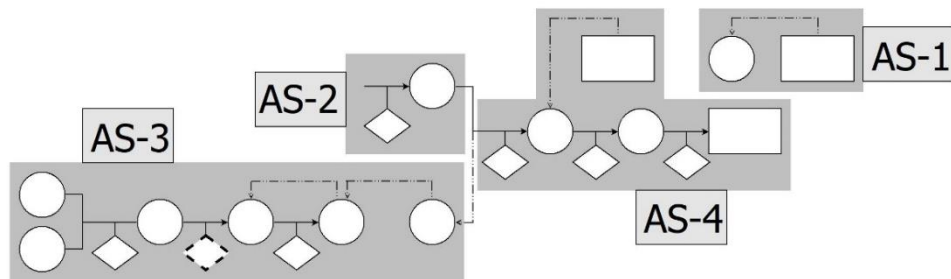


Abbildung 26: Argumentationsschema von Nina und Maja (Gruppe 1), Beweis 2 (Teil 1) mündlich

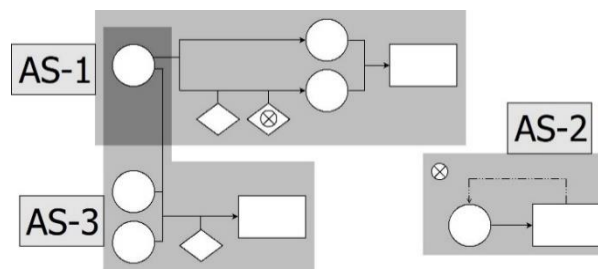


Abbildung 27: Argumentationsschema von Nina und Maja (Gruppe 1), Beweis 2 (Teil 2) mündlich

Nina und Maja - Beweis 2 (schriftliche Argumentation)

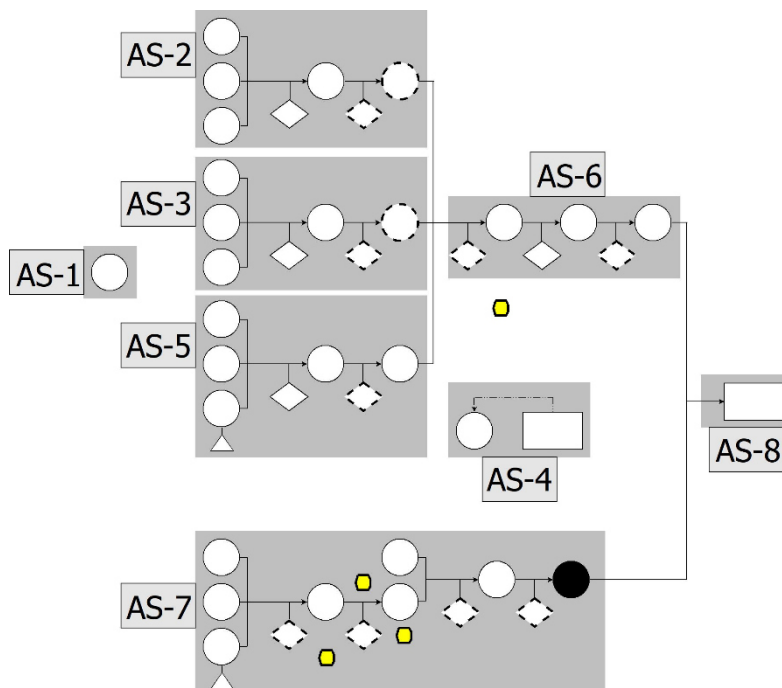


Abbildung 28: Argumentationsschema von Nina und Maja (Gruppe 1), Beweis 2 schriftlich

Dennis und Julius- Beweis 1 (mündlich Argumentation)

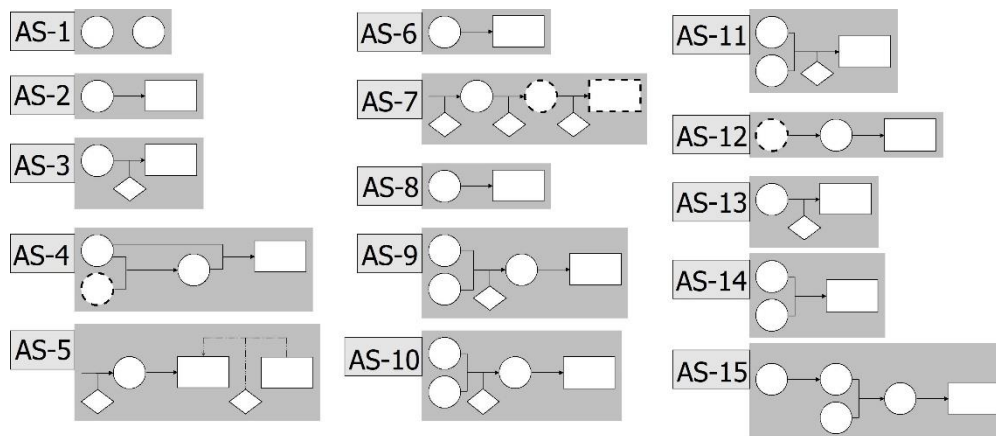


Abbildung 29: Argumentationsschema von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 1 (Teil 1) mündlich

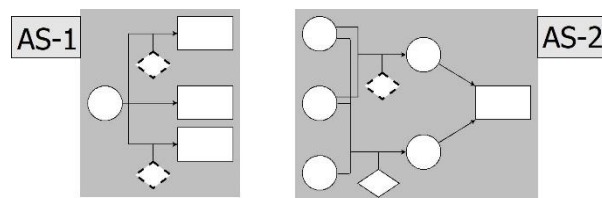


Abbildung 30: Argumentationsschema von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 1 (Teil 2) mündlich

Dennis und Julius- Beweis 1 (schriftliche Argumentation)

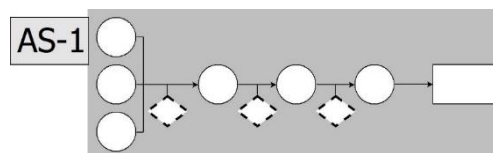


Abbildung 32: Argumentationsschema von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 1 (Teil 1) schriftlich

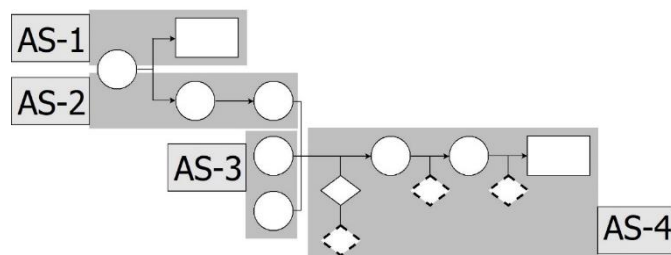


Abbildung 31: Argumentationsschema von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 1 (Teil 2) schriftlich

Dennis und Julius - Beweis 2

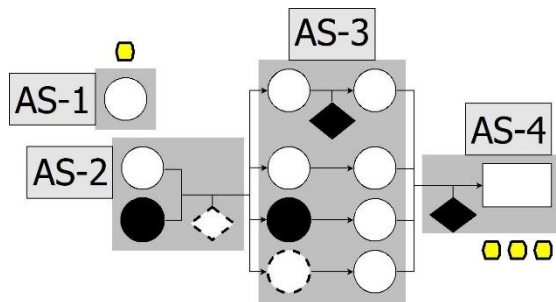


Abbildung 34: Argumentationsschema von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 2 (Teil 1)

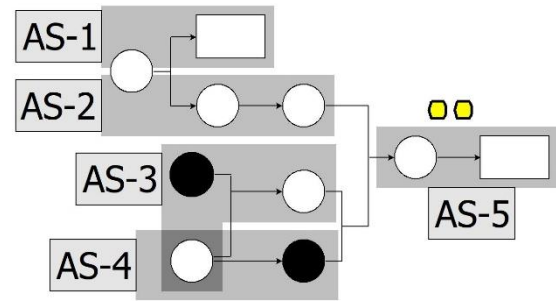


Abbildung 33: Argumentationsschema von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 2 (Teil 2)

Pia und Charlotte- Beweis 1 (mündlich Argumentation)

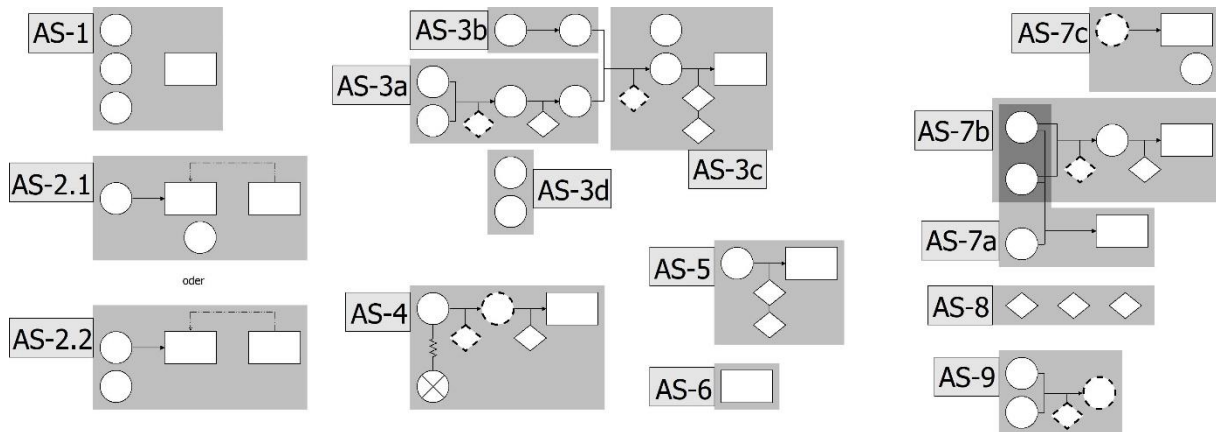


Abbildung 35: Argumentationsschema von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 1 mündlich

Pia und Charlotte- Beweis 1 (schriftliche Argumentation)

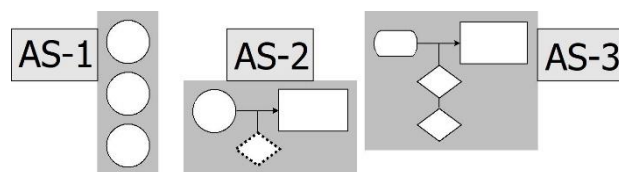


Abbildung 36: Argumentationsschema von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 1 schriftlich

Pia und Charlotte - Beweis 2 (mündlich Argumentation)

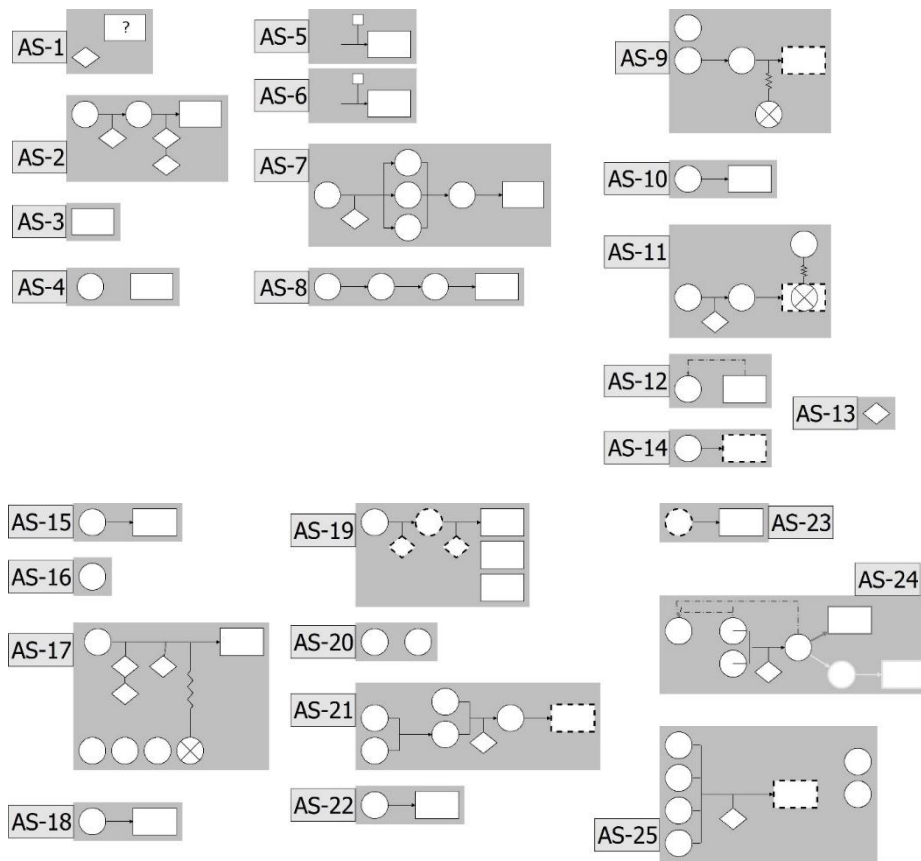


Abbildung 37: Argumentationsschema von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 2 mündlich

Pia und Charlotte - Beweis 2 (schriftliche Argumentation)

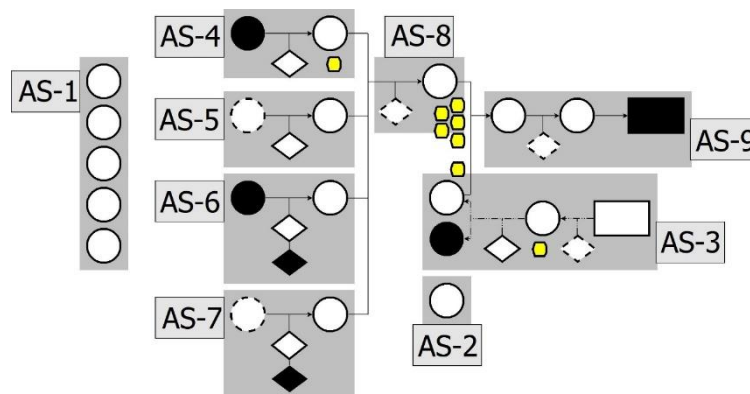


Abbildung 38: Argumentationsschema von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 2 schriftlich

Daria und Leonie- Beweis 1 (mündlich Argumentation)

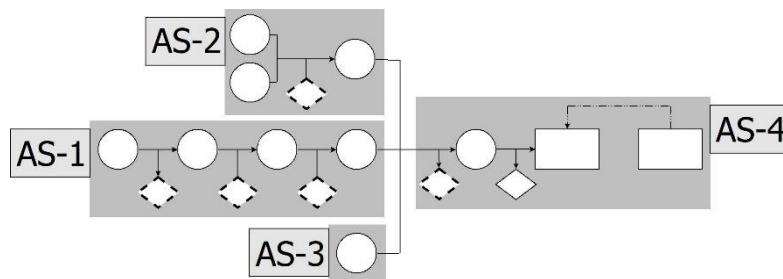


Abbildung 39: Argumentationsschema von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 1 mündlich

Daria und Leonie- Beweis 1 (schriftliche Argumentation)

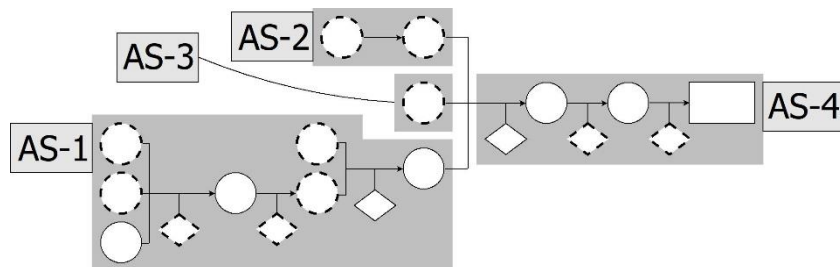


Abbildung 40: Argumentationsschema von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 1 schriftlich

Daria und Leonie - Beweis 2 (mündlich Argumentation)

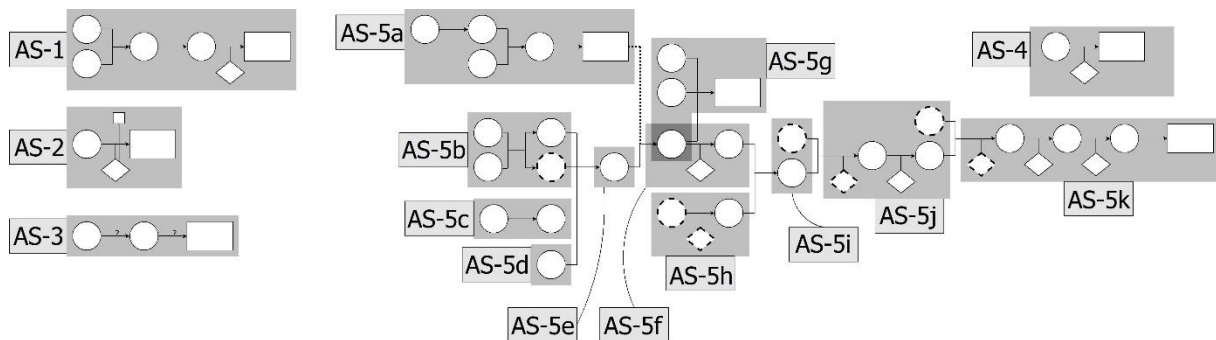


Abbildung 41: Argumentationsschema von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 2 mündlich

Daria und Leonie - Beweis 2 (schriftliche Argumentation)

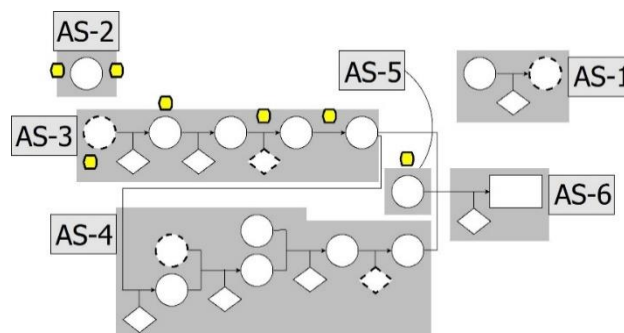


Abbildung 42: Argumentationsschema von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 2 schriftlich

G.2 Inhaltliche Rekonstruktion

Die inhaltlichen Rekonstruktionen sind jeweils nach Gruppe und Beweis sortiert.

G.2.1 Nina und Maja (Gruppe 1) - Beweis 1

Nina und Maja - Beweis 1
(mündlich Argumentation)

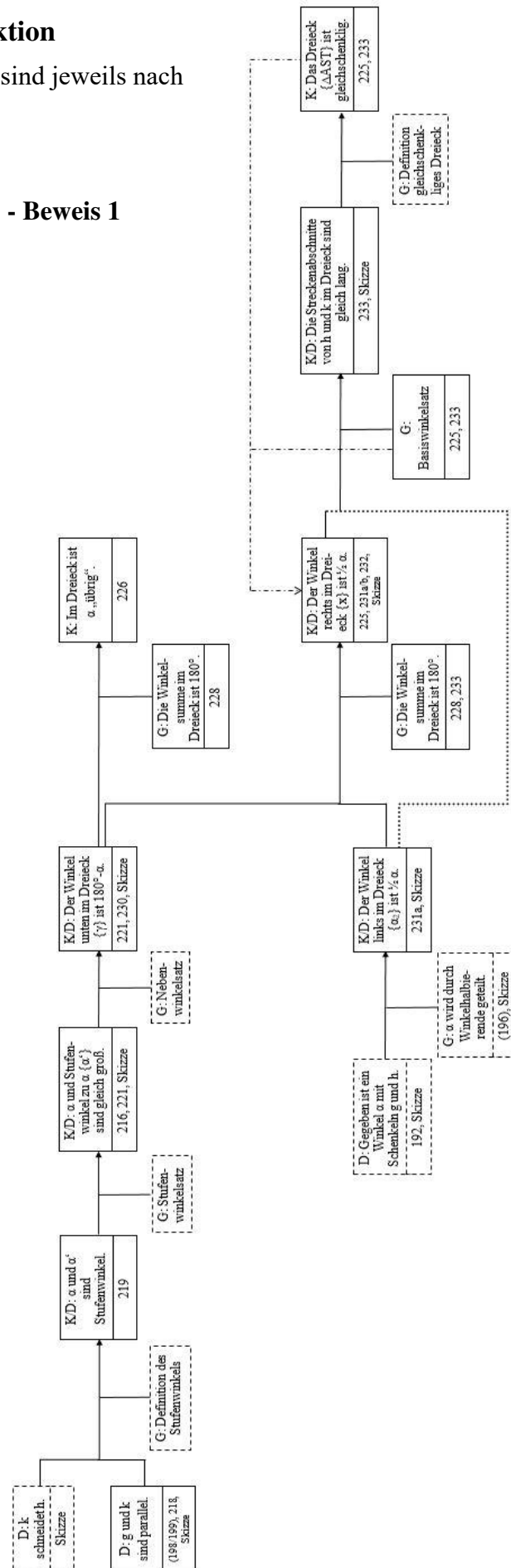


Abbildung 43: Argumentationsrekonstruktion von Nina und Maja (Gruppe 1), Beweis 1 mündlich

Nina und Maja - Beweis 1
(schriftliche Argumentation)

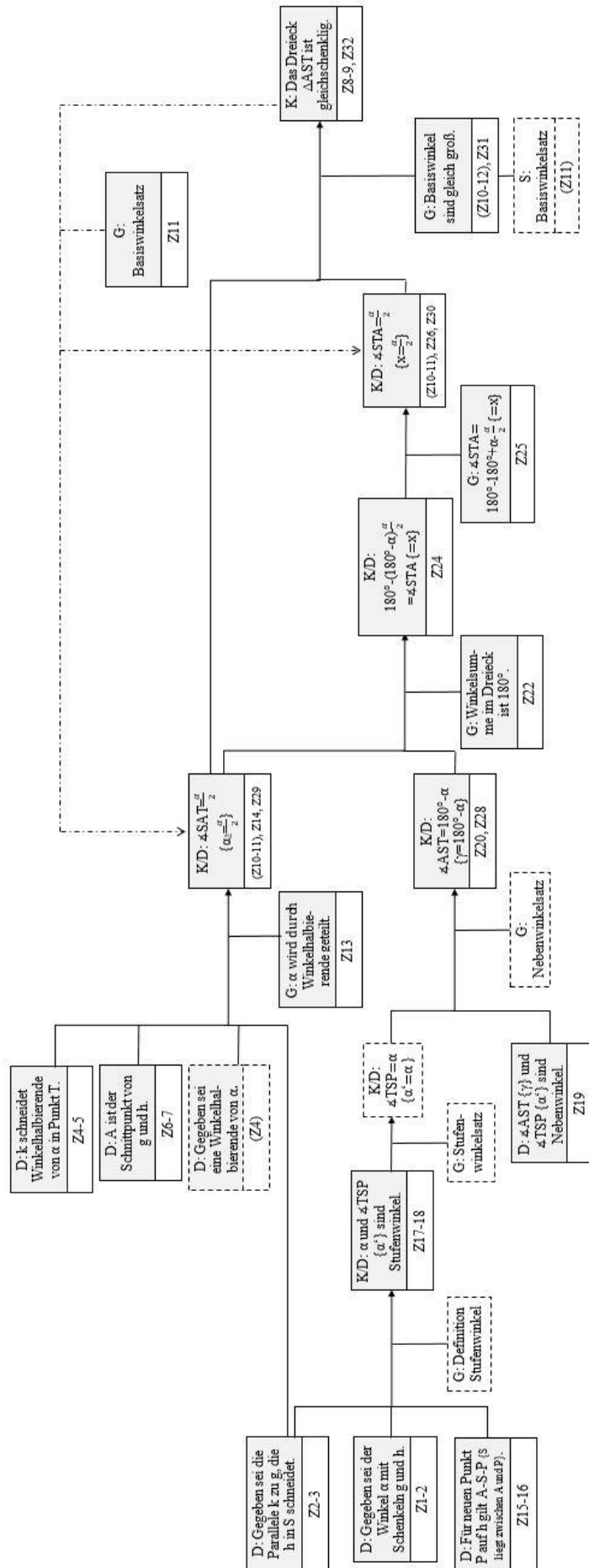


Abbildung 44: Argumentationsrekonstruktion von Nina und Maja (Gruppe 1), Beweis 1 schriftlich

G.2.2 Nina und Maja (Gruppe 1) - Beweis 2

Nina und Maja - Beweis 2 (mündlich Argumentation)

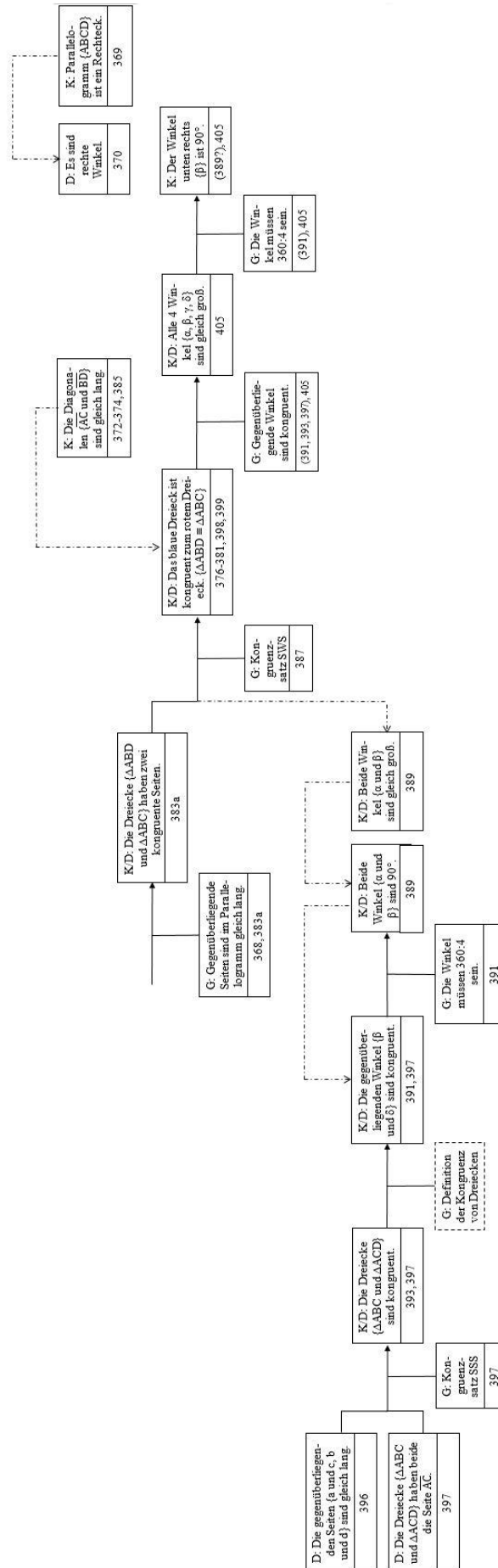


Abbildung 45: Argumentationsrekonstruktion von Nina und Maja (Gruppe 1), Beweis 2 (Teil 1) mündlich

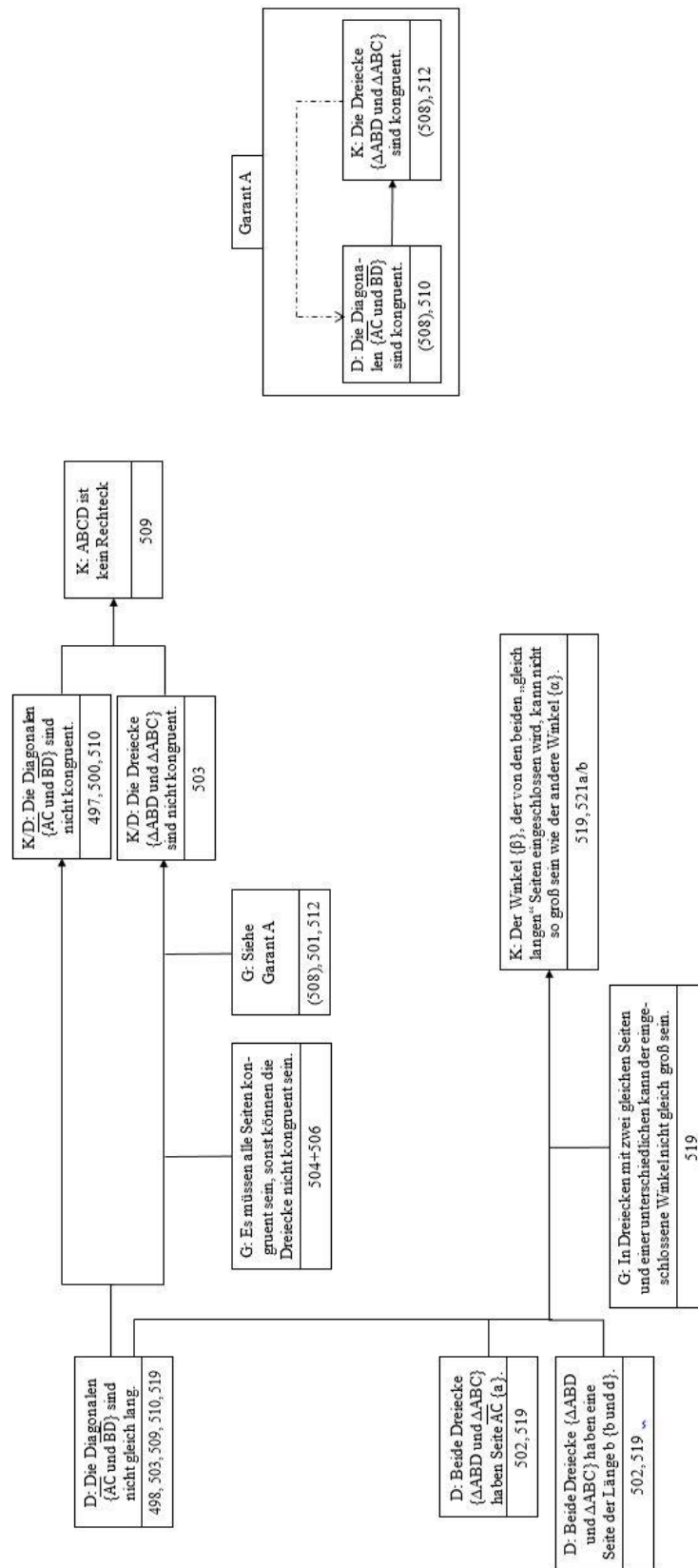


Abbildung 46: Argumentationsrekonstruktion von Nina und Maja (Gruppe 1), Beweis 2 (Teil 2) mündlich

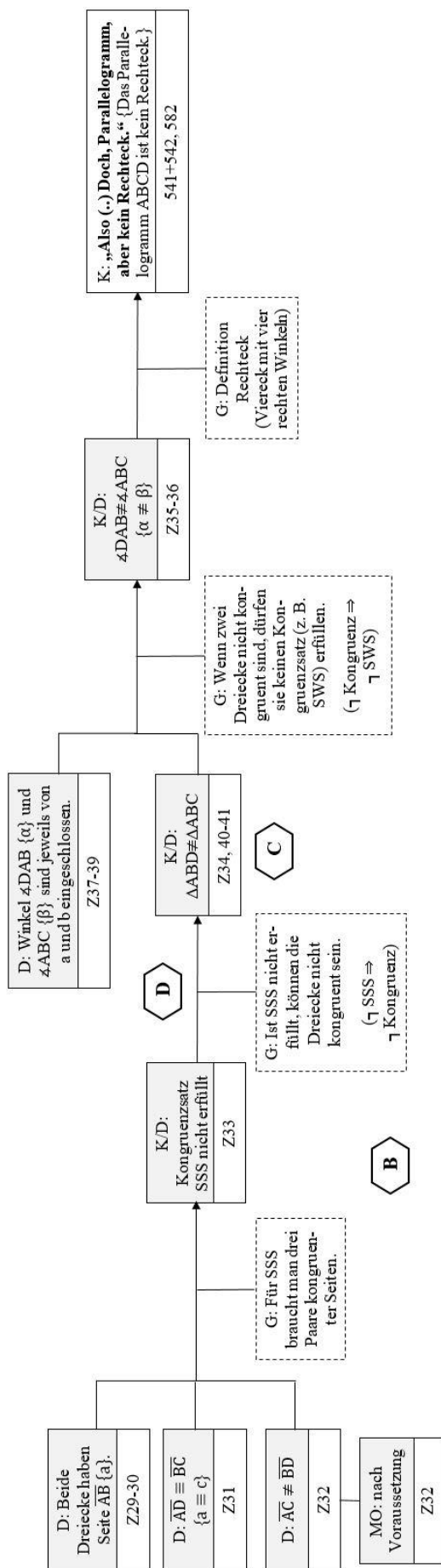


Abbildung 48: Argumentationsrekonstruktion von Nina und Maja (Gruppe 1), Beweis 2 (Teil 2) schriftlich („Argumentationsschema B“)

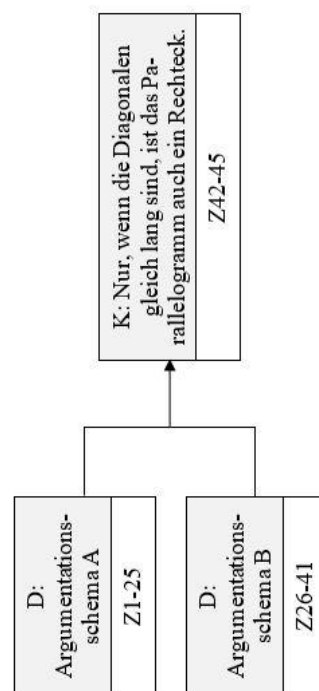


Abbildung 49: Argumentationsrekonstruktion von Nina und Maja (Gruppe 1), Beweis 2 (Teil 3) schriftlich („Zusammensetzung“)

G.2.3 Dennis und Julius (Gruppe 2) - Beweis 1

Dennis und Julius- Beweis 1 (mündlich Argumentation)

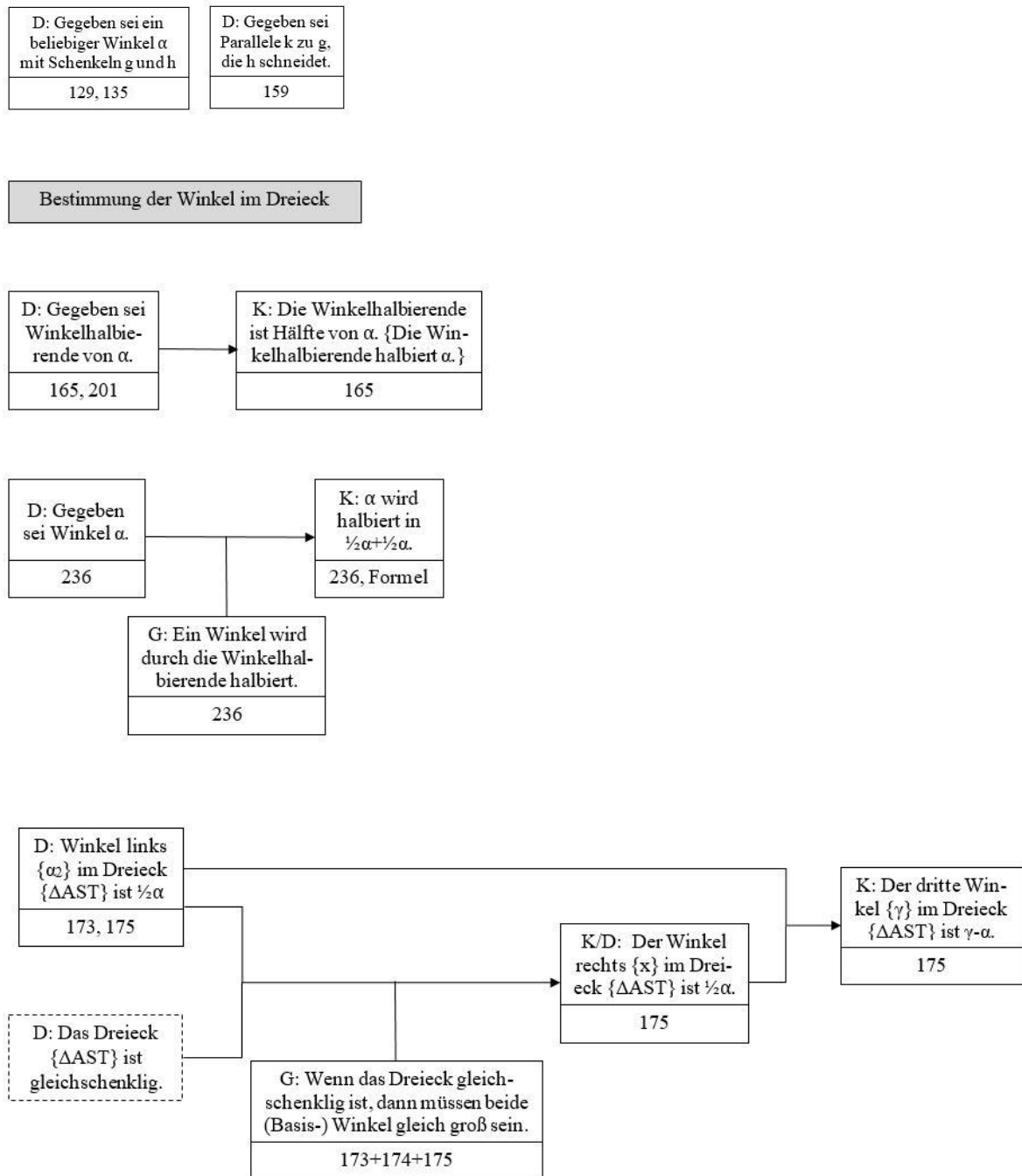


Abbildung 50: Argumentationsrekonstruktion von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 1 (Teil 1) mündlich (Teil 1, AS-1 bis AS-4)

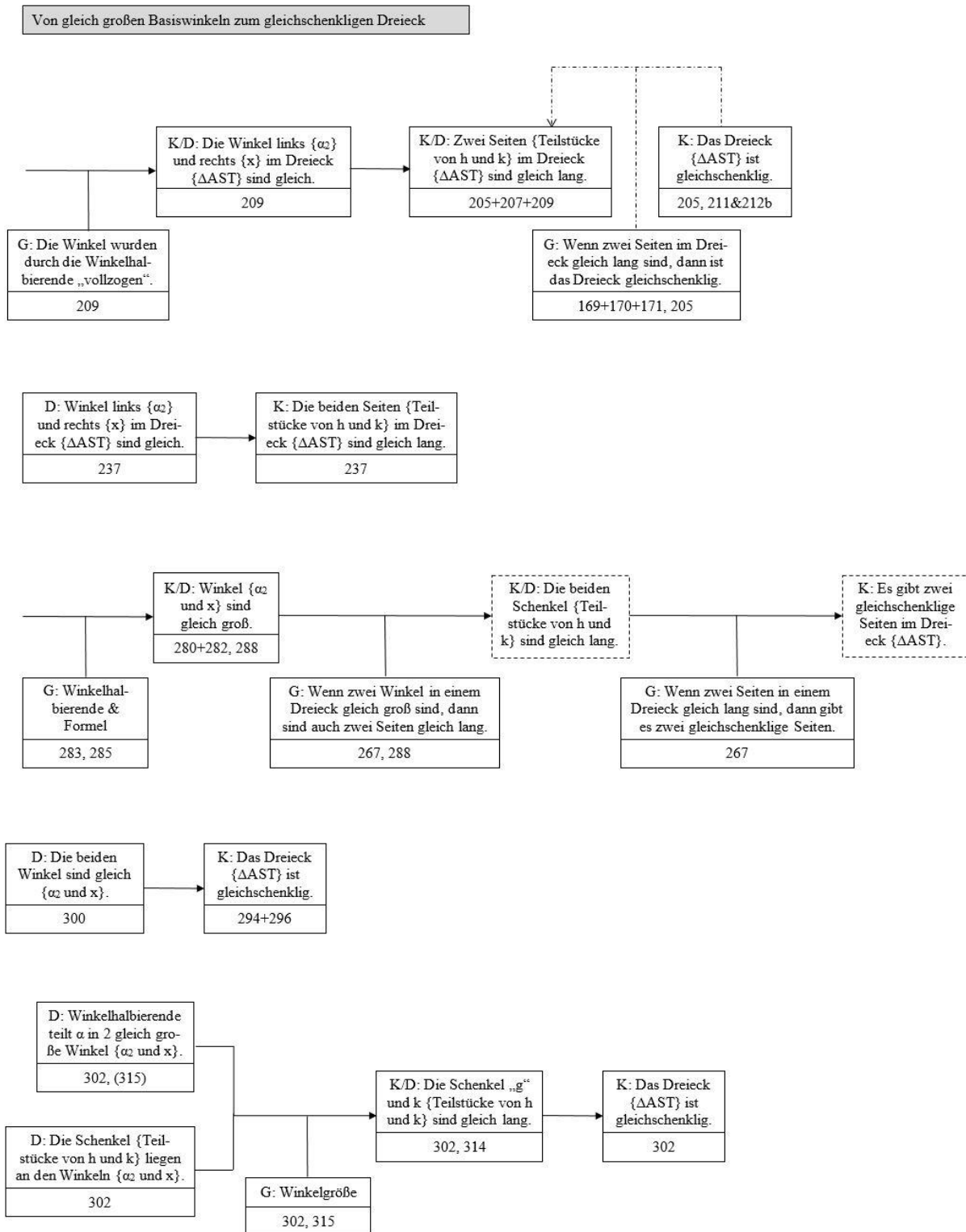


Abbildung 51: Argumentationsrekonstruktion von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 1 (Teil 1) mündlich (Teil 2, AS-5 bis AS-9)

Beweise mit Vierecken (Parallelogramm/Raute)

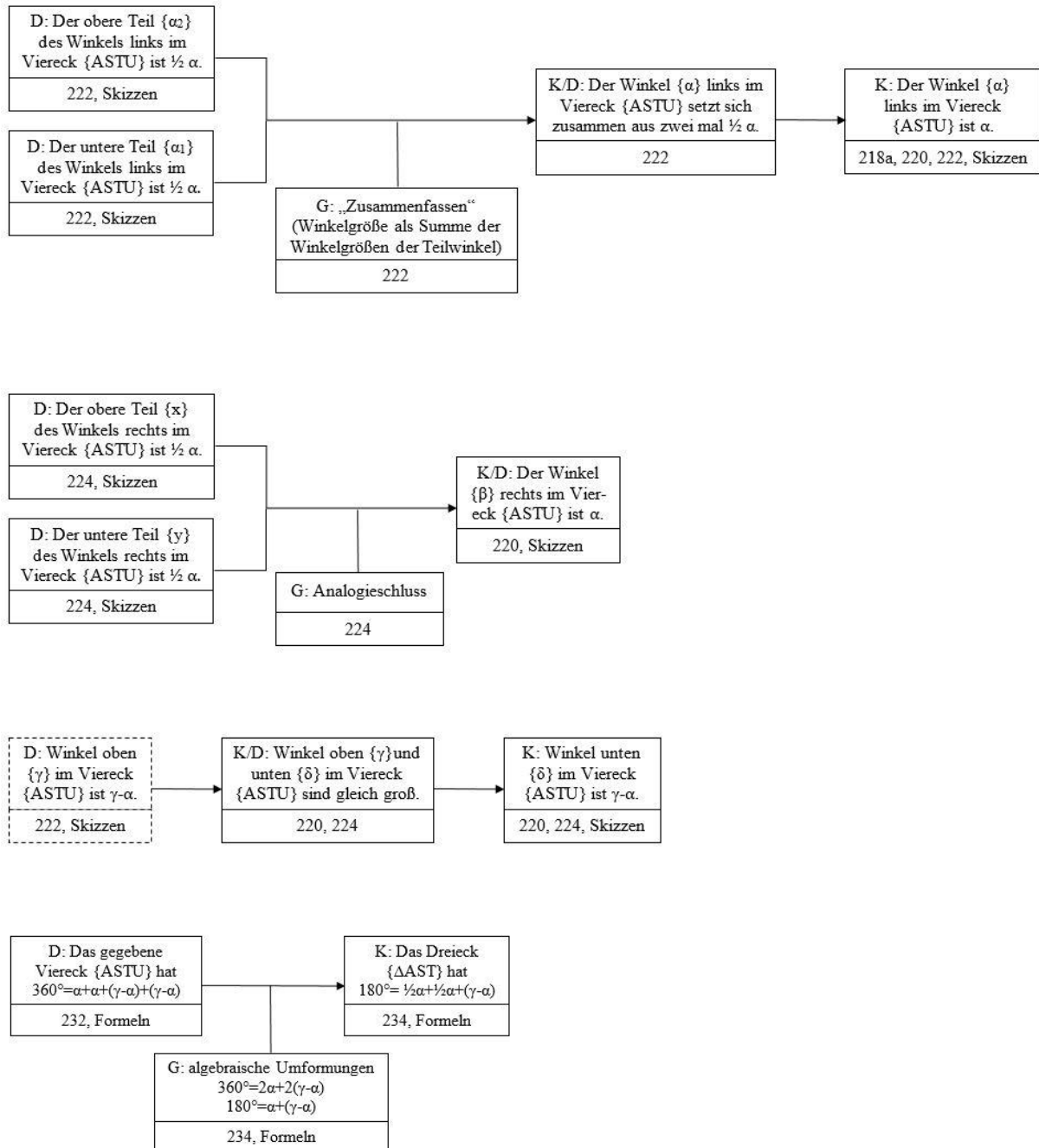


Abbildung 52: Argumentationsrekonstruktion von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 1 (Teil 1) mündlich (Teil 3, AS-10 bis AS-13)

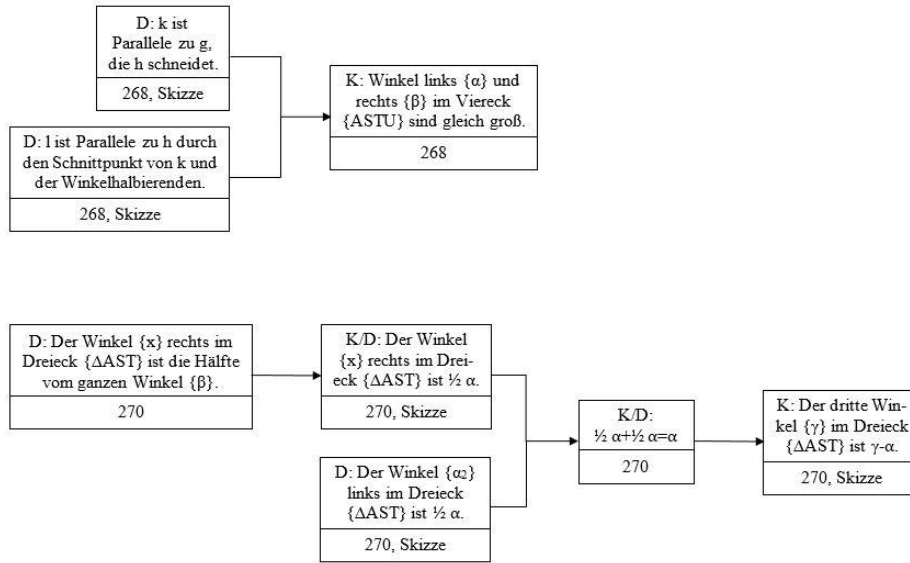


Abbildung 53: Argumentationsrekonstruktion von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 1 (Teil 1) mündlich (Teil 4, AS-14 bis AS-15)

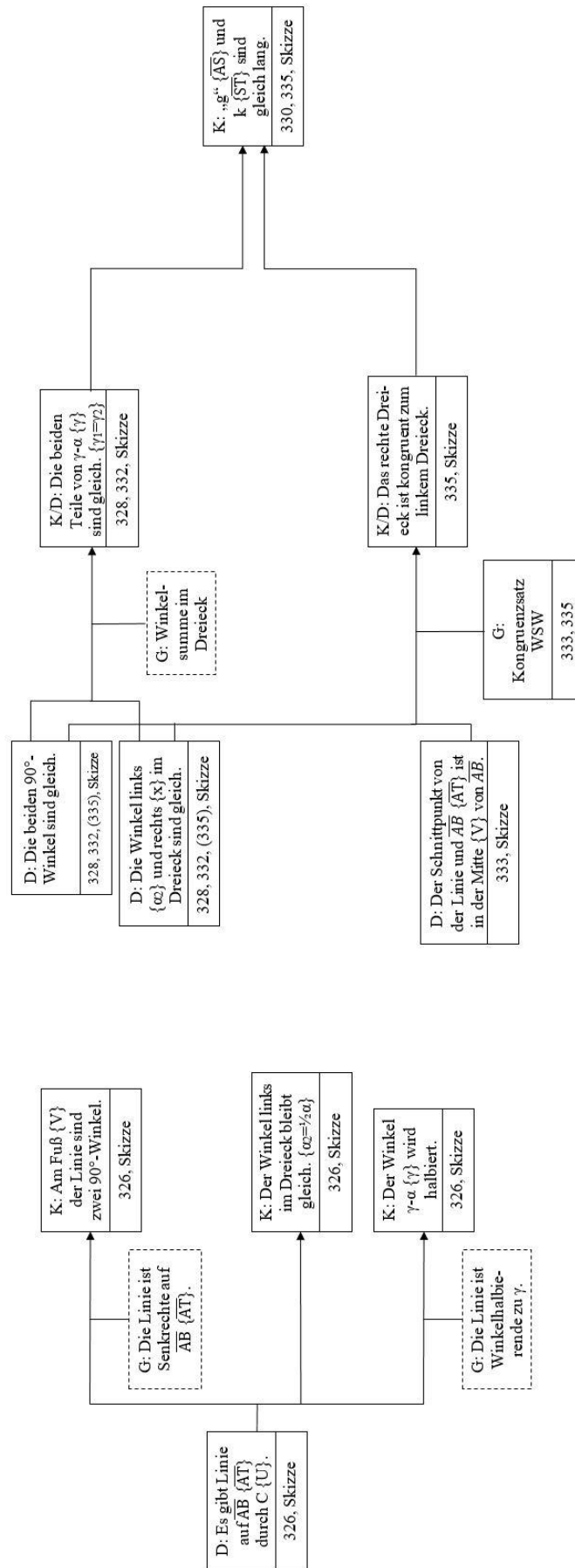
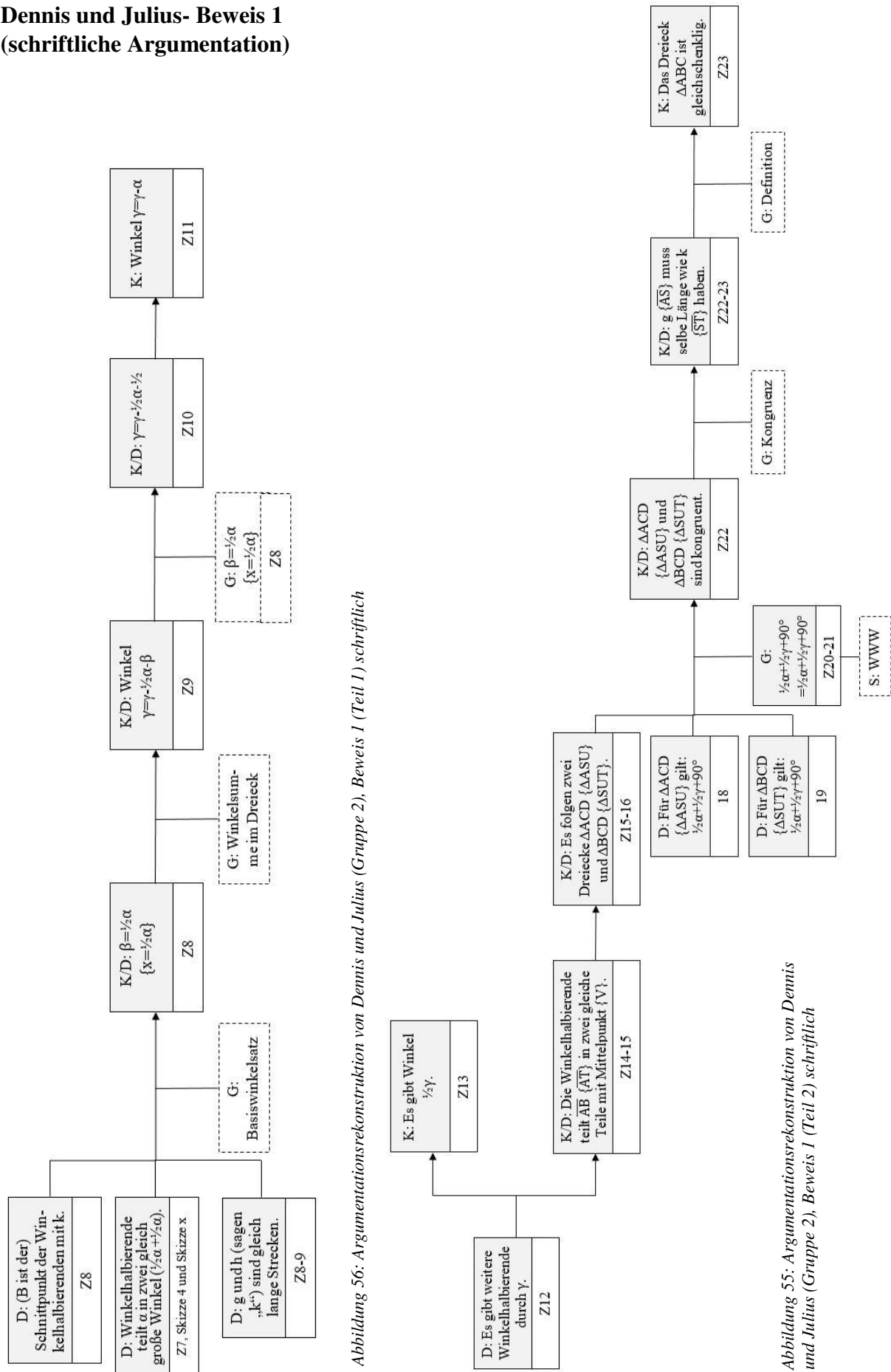


Abbildung 54: Argumentationsrekonstruktion von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 1 (Teil 2) mündlich

Dennis und Julius- Beweis 1
(schriftliche Argumentation)



G.2.4 Dennis und Julius (Gruppe 2) - Beweis 2

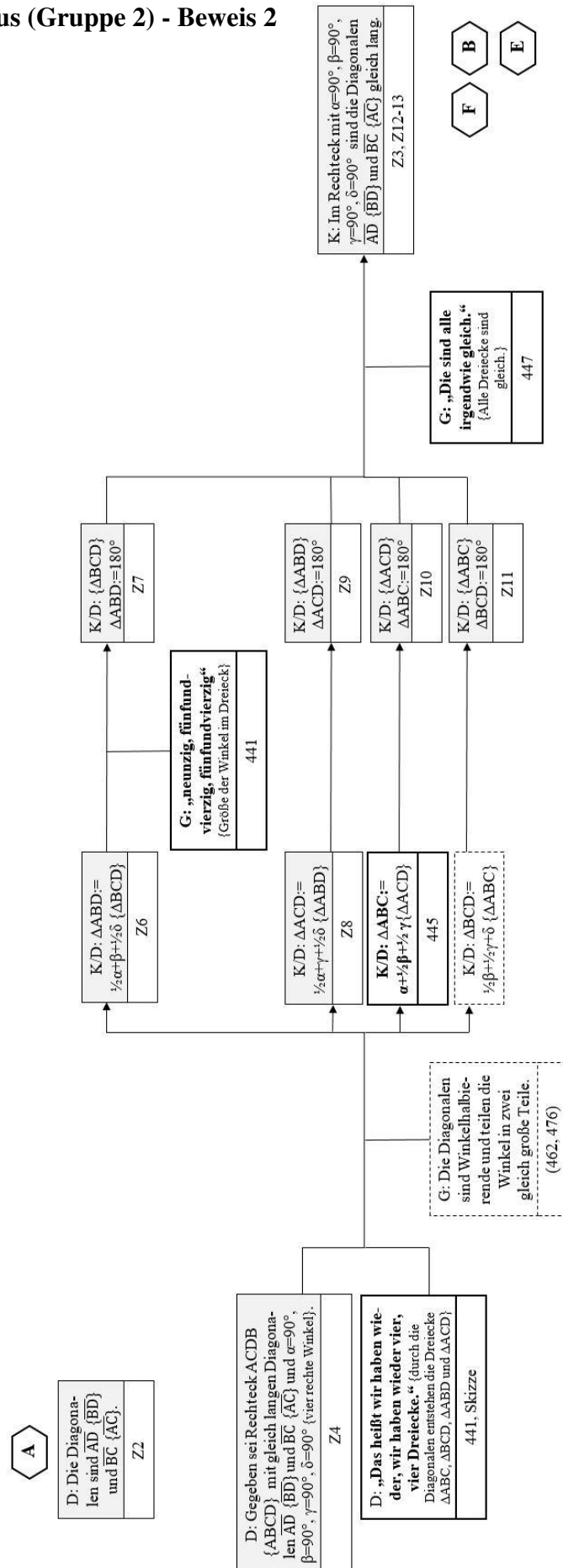


Abbildung 57: Argumentationsrekonstruktion von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 2 (Teil 1)

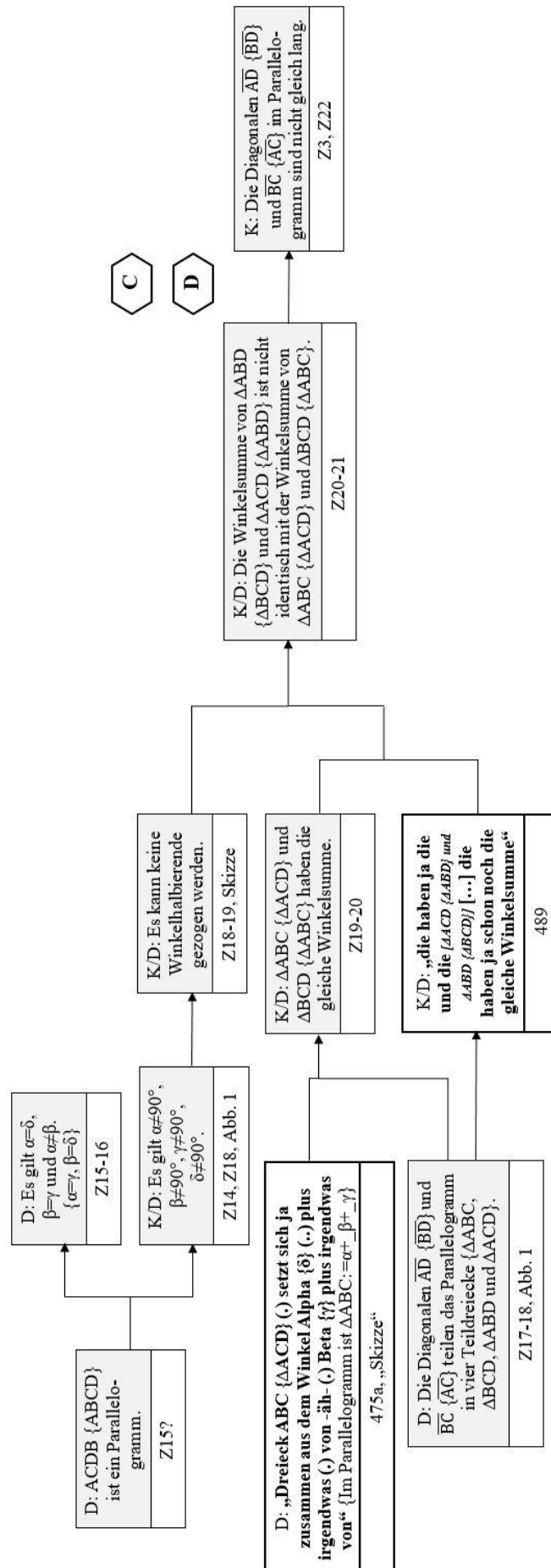


Abbildung 58: Argumentationsrekonstruktion von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 2 (Teil 2)

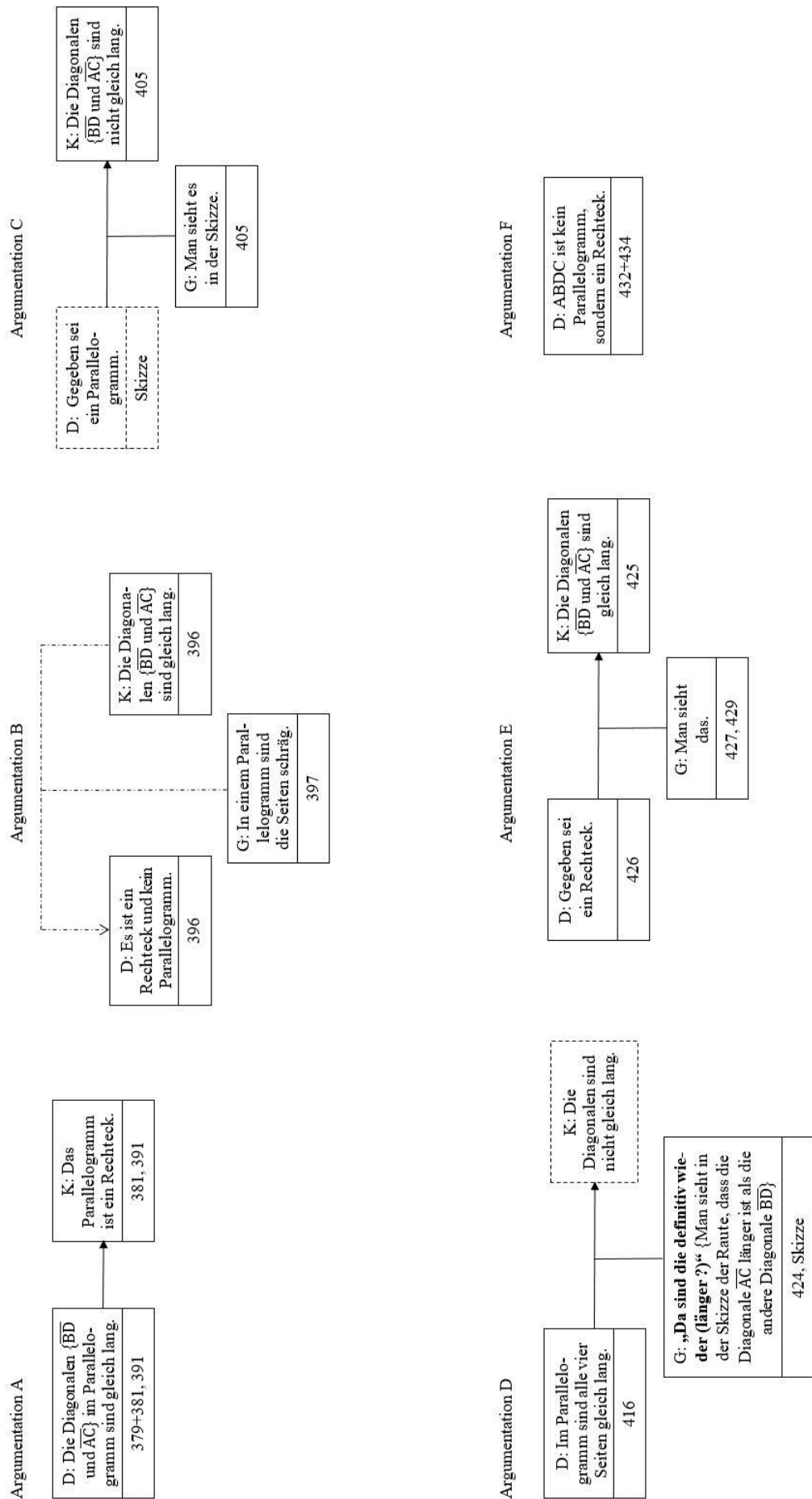


Abbildung 59: Argumentationsrekonstruktion von Dennis und Julius (Gruppe 2), Beweis 2 (zusätzliche Argumentationen)

G.2.5 Pia und Charlotte (Gruppe 3) - Beweis 1

Pia und Charlotte- Beweis 1 (mündlich Argumentation)

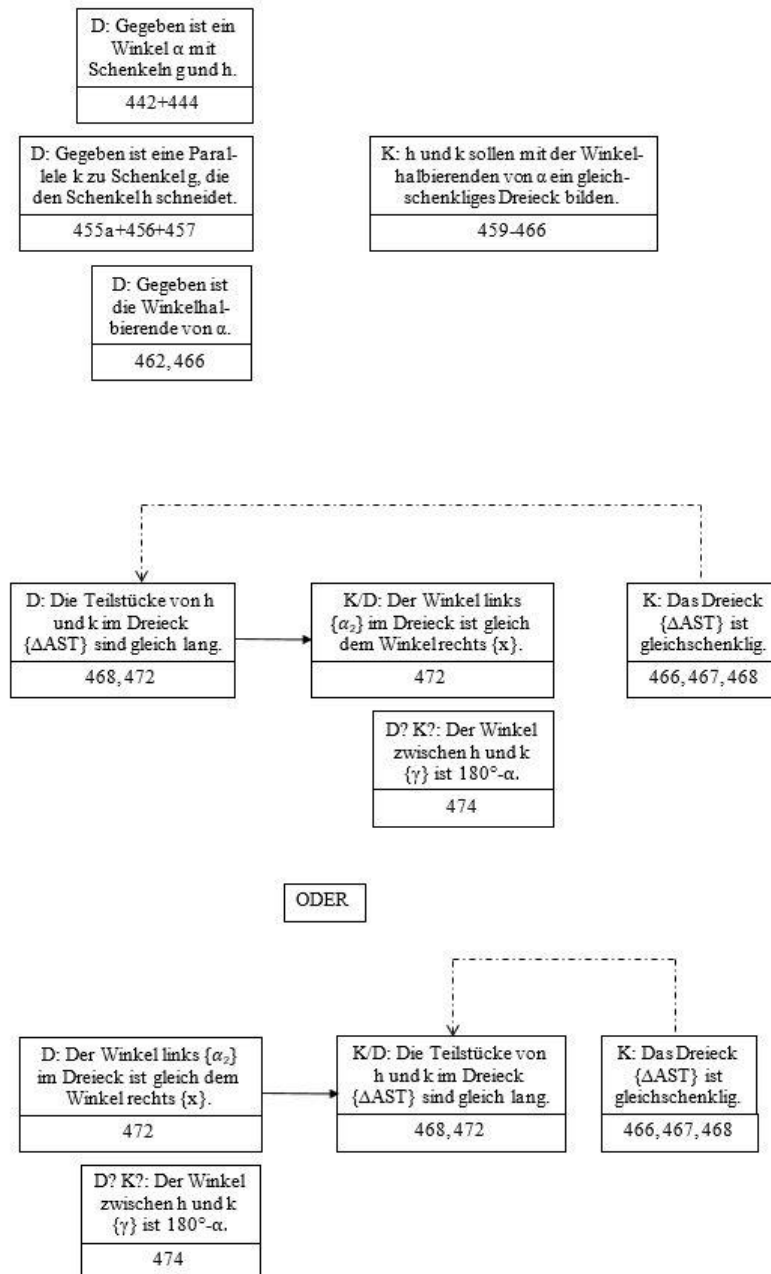


Abbildung 60: Argumentationsrekonstruktion von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 1 mündlich (Teil 1, AS-1 bis AS-2.2)

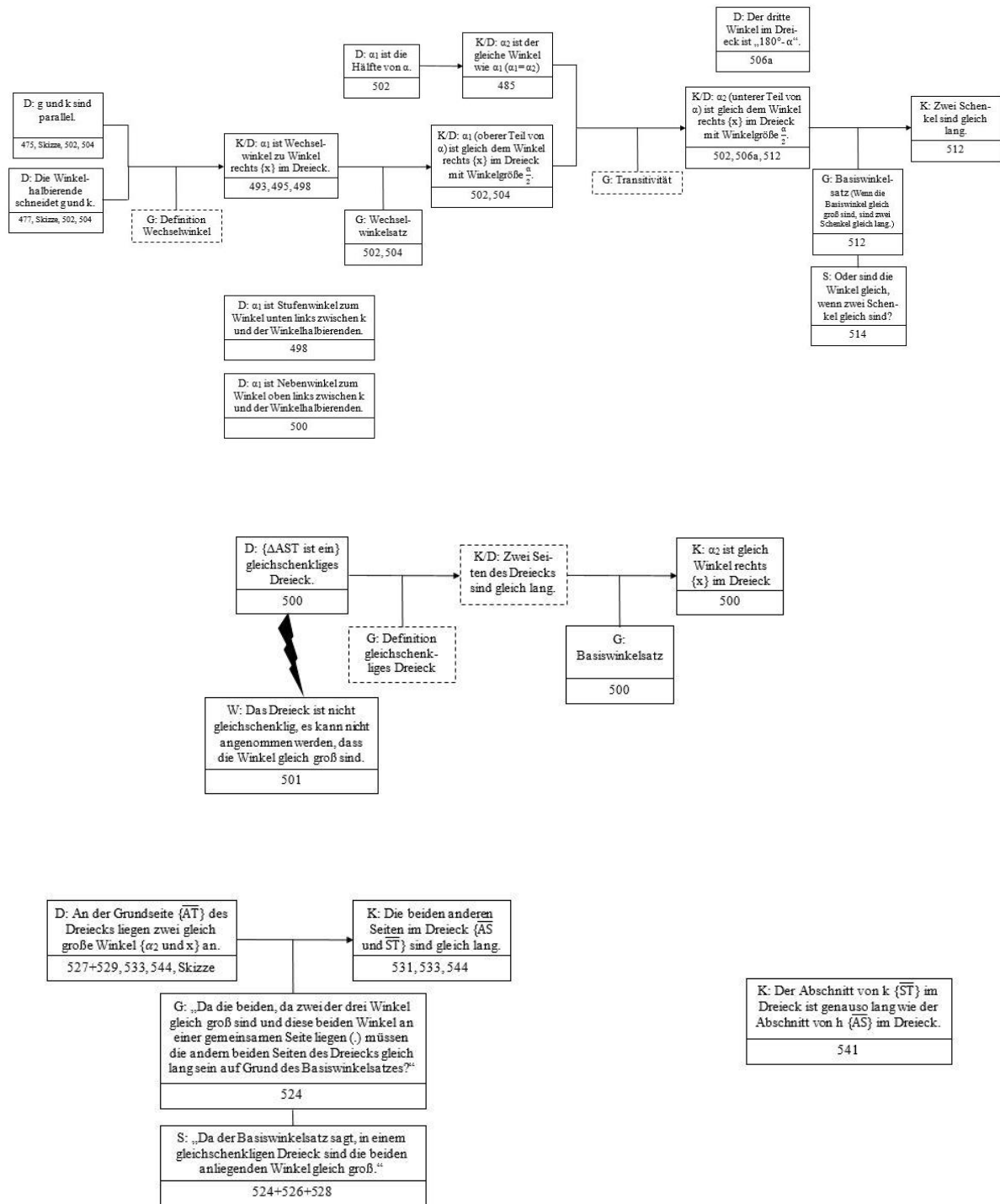


Abbildung 61: Argumentationsrekonstruktion von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 1 mündlich (Teil 2, AS-3 bis AS-6)

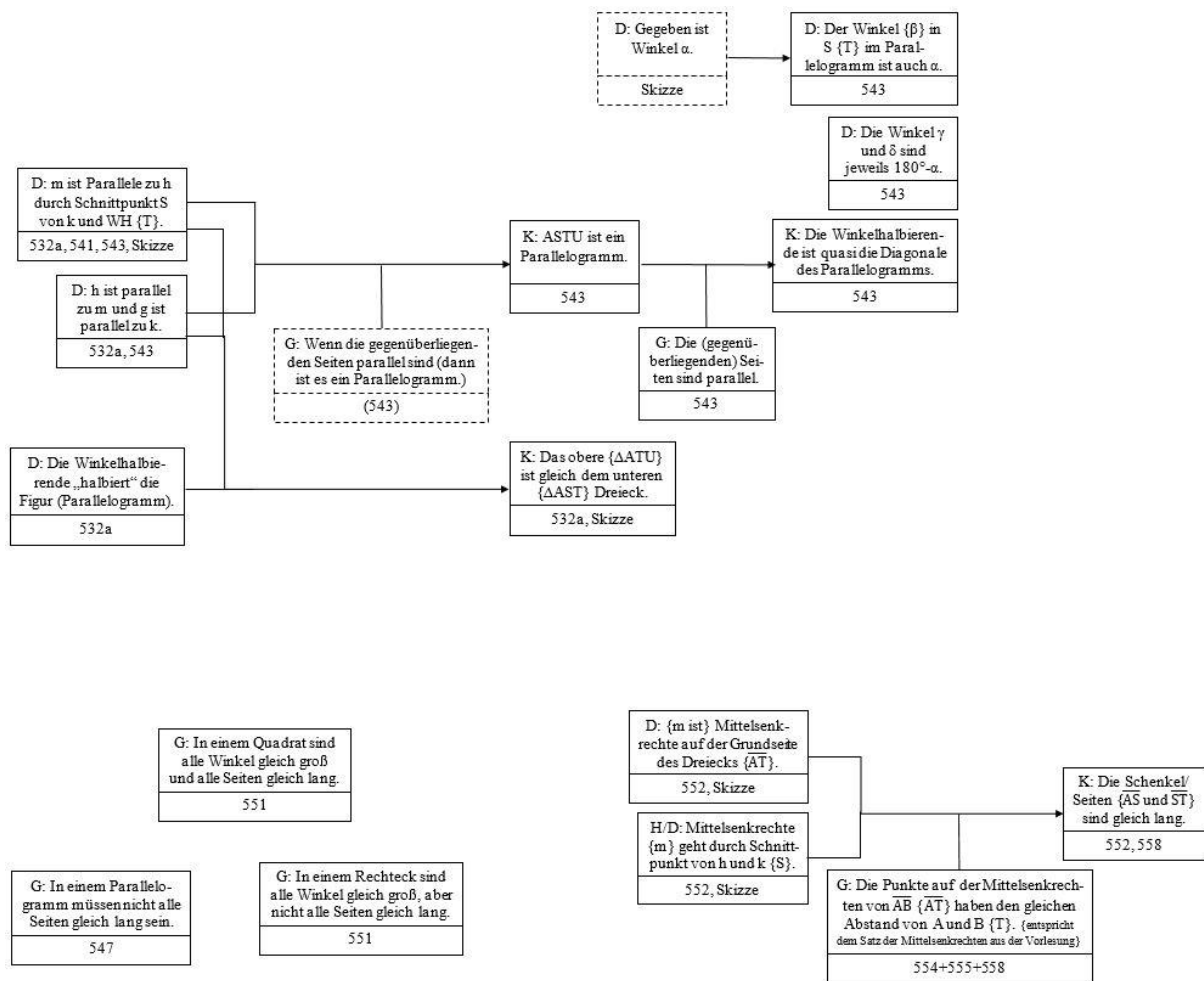


Abbildung 62: Argumentationsrekonstruktion von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 1 mündlich (Teil 3, AS-7 bis AS-9)

Pia und Charlotte- Beweis 1 (schriftliche Argumentation)

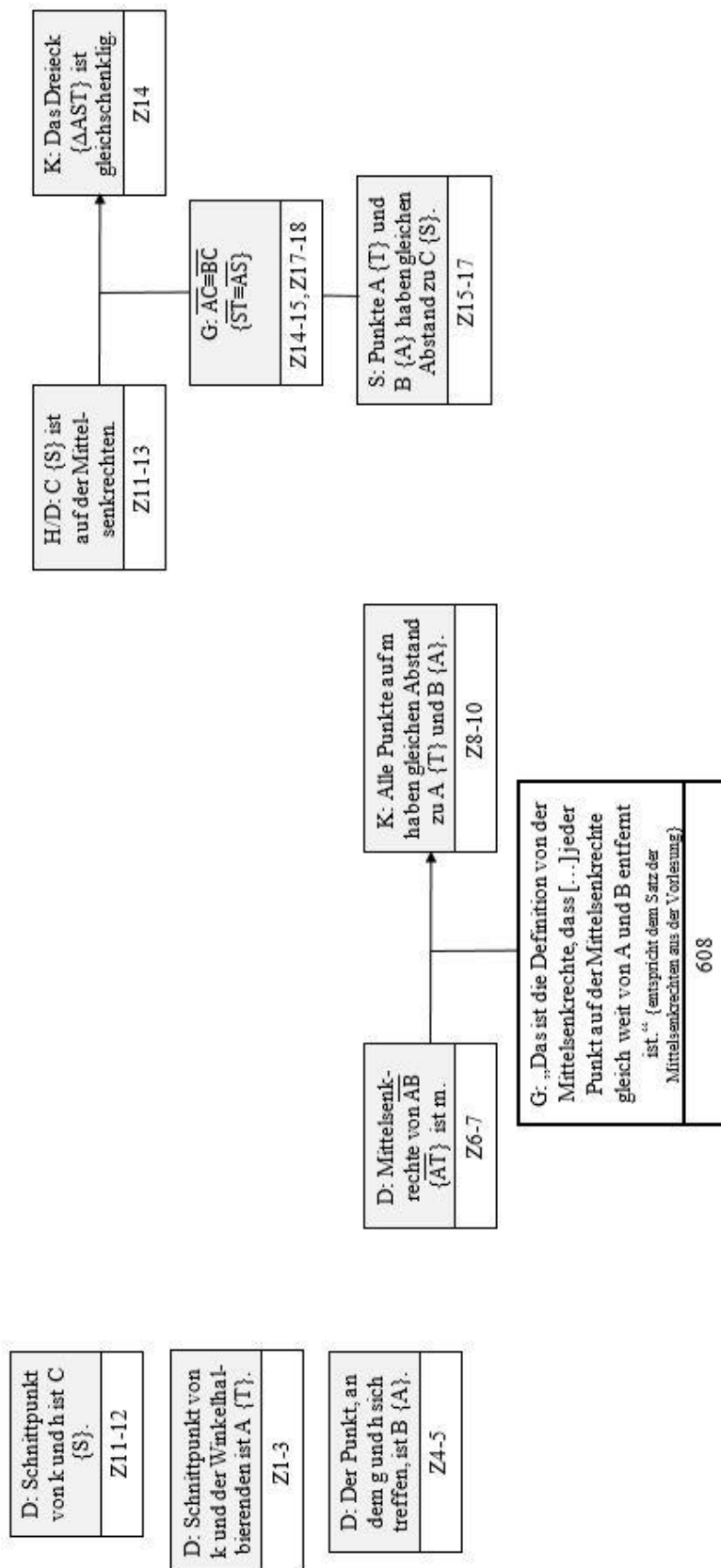


Abbildung 63: Argumentationsrekonstruktion von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 1 schriftlich

G.2.6 Pia und Charlotte (Gruppe 3) - Beweis 2

Pia und Charlotte - Beweis 2 (mündlich Argumentation)

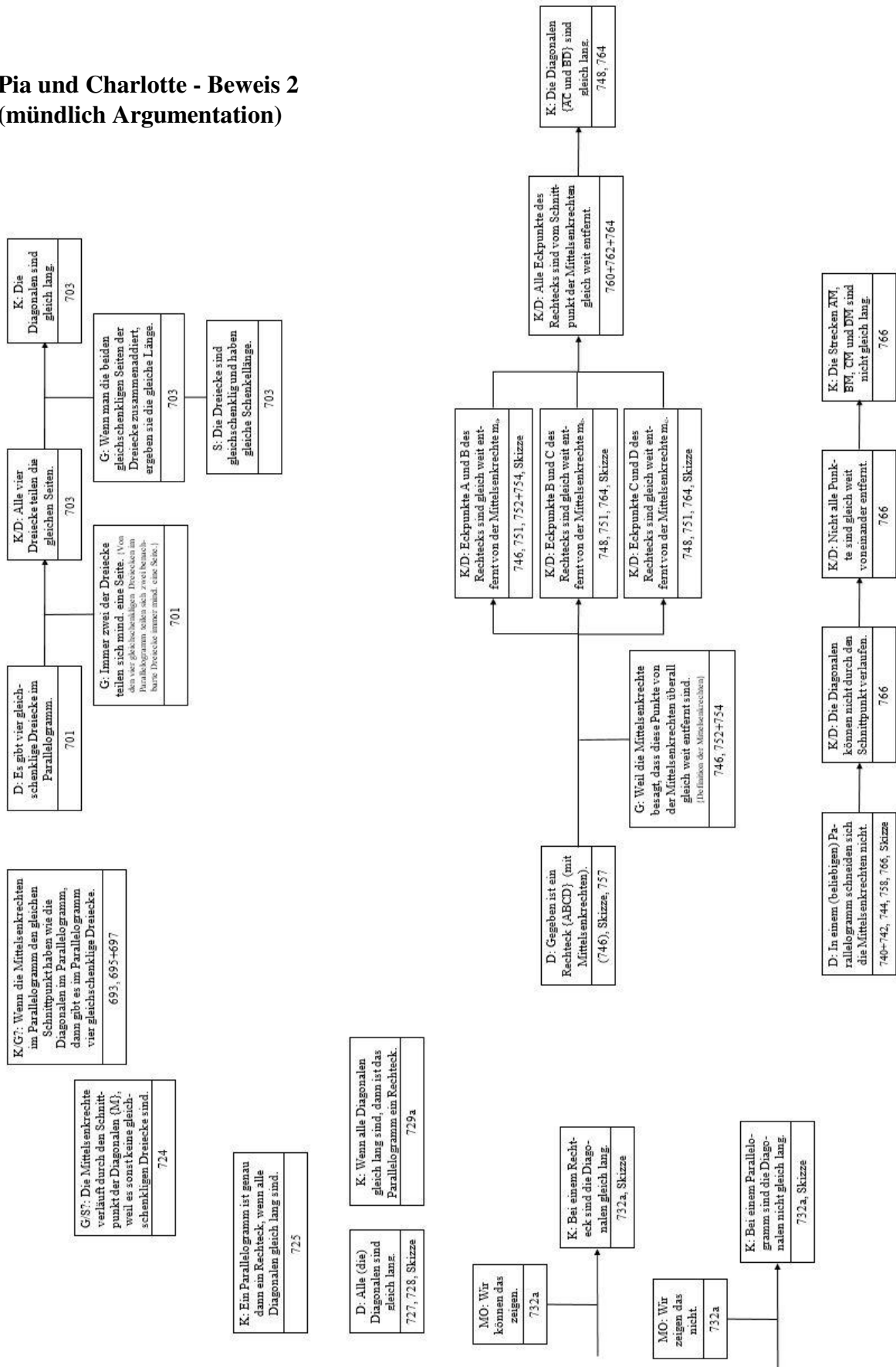


Abbildung 64: Argumentationsrekonstruktion von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 2 mündlich (Teil 1, AS-1 bis AS-8)

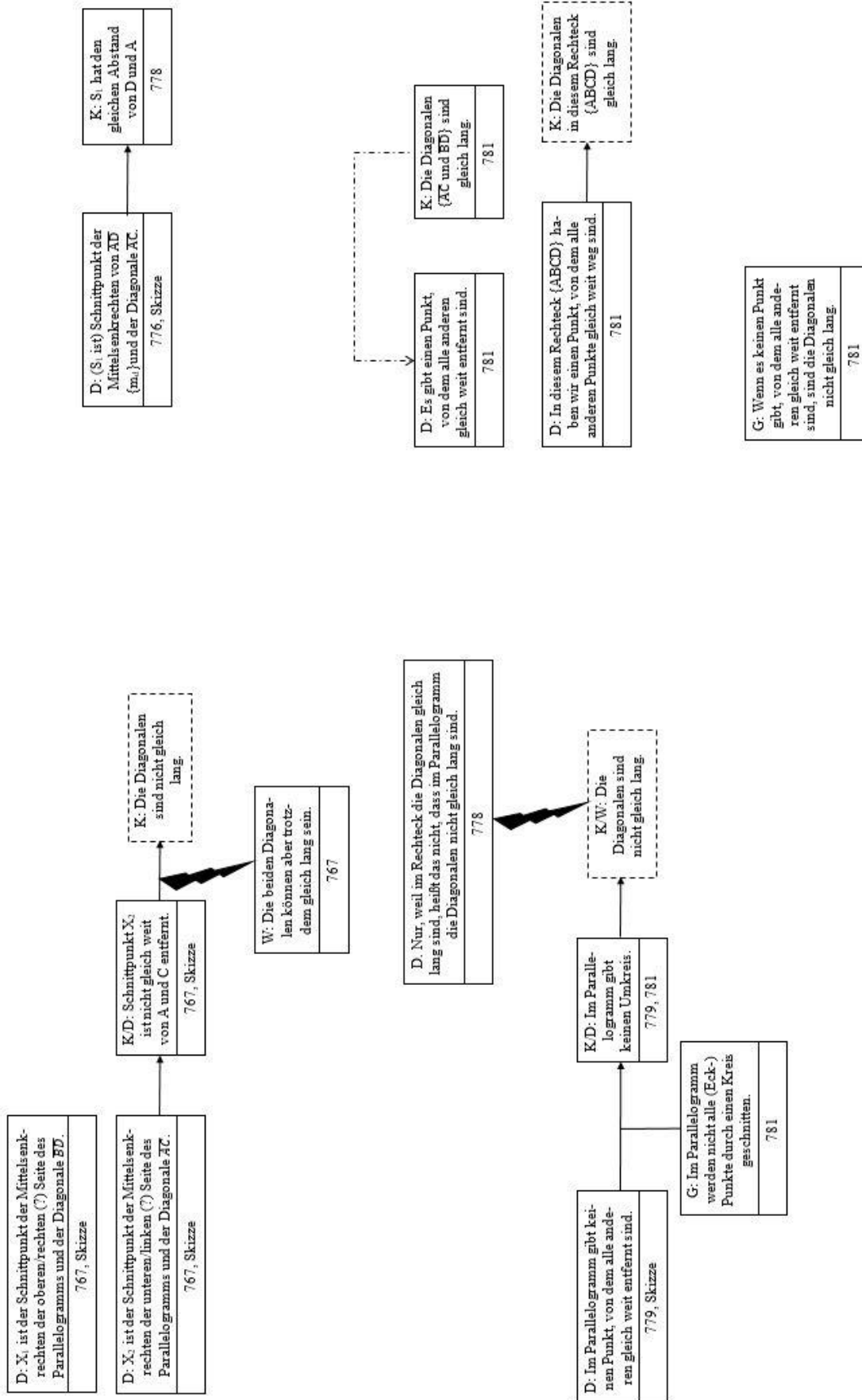


Abbildung 65: Argumentationsrekonstruktion von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 2 mündlich (Teil 2, AS-9 bis AS-14)

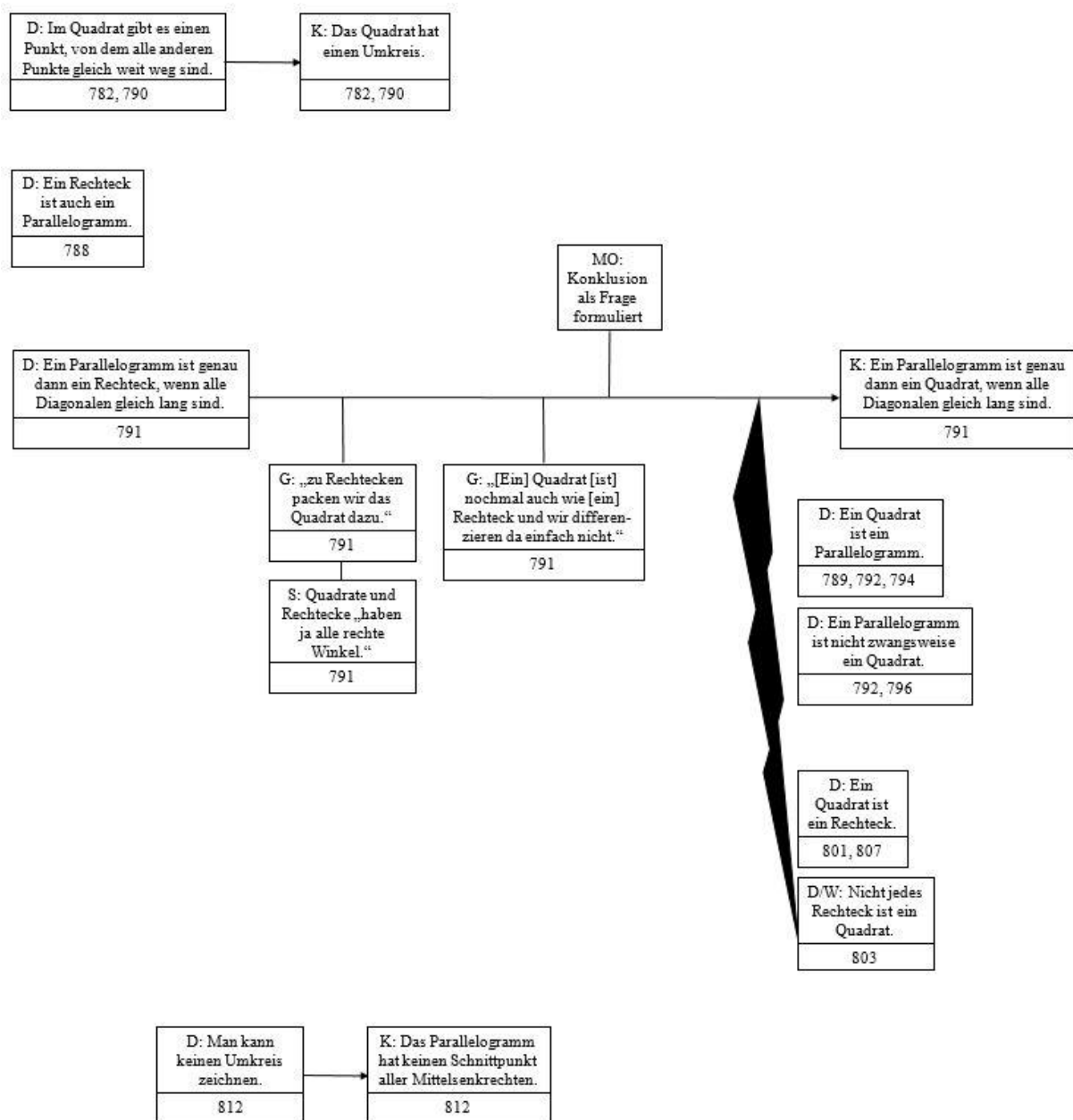


Abbildung 66: Argumentationsrekonstruktion von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 2 mündlich (Teil 3, AS-15 bis AS-18)

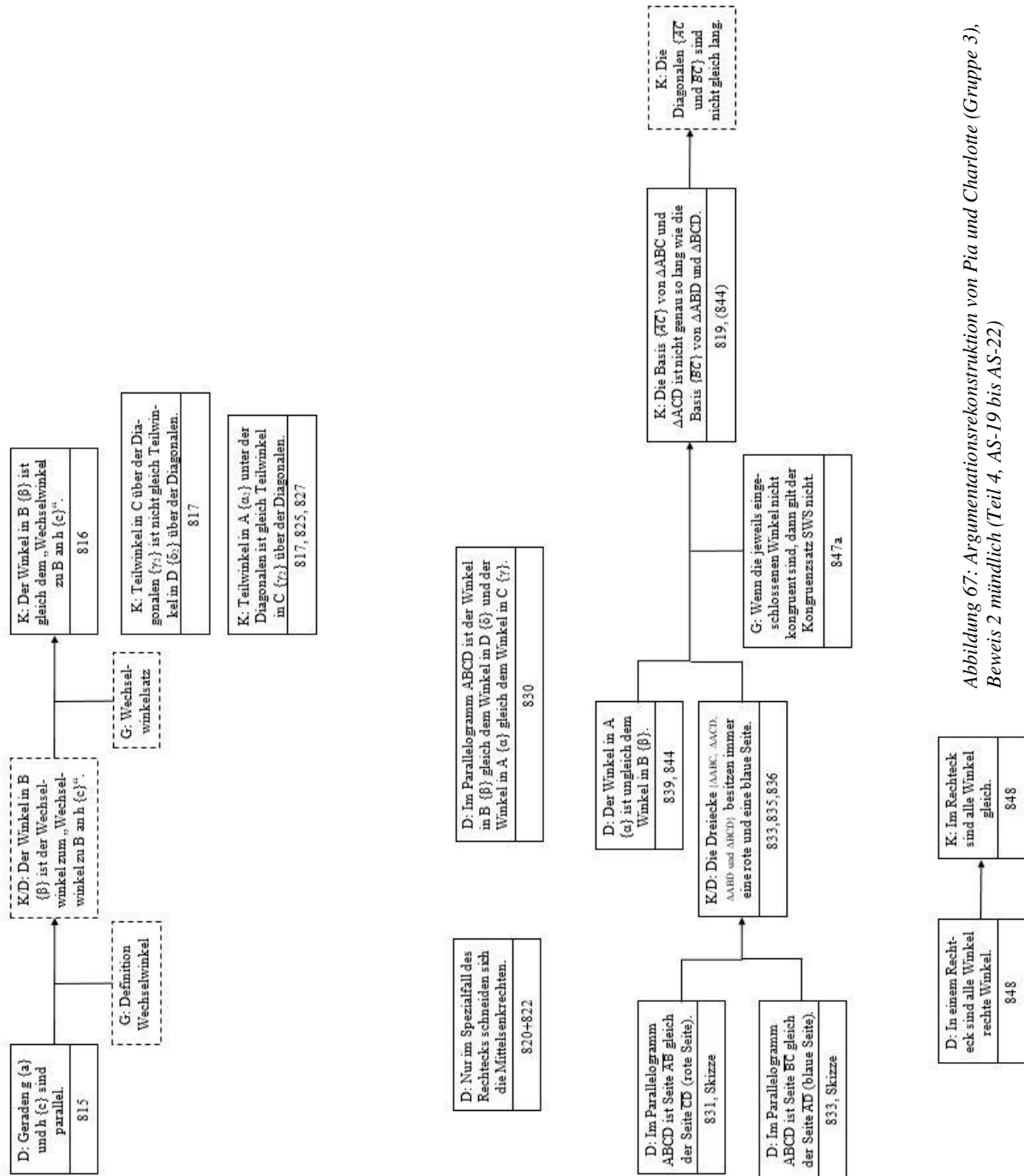


Abbildung 67: Argumentationsrekonstruktion von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 2 mündlich (Teil 4, AS-19 bis AS-22)

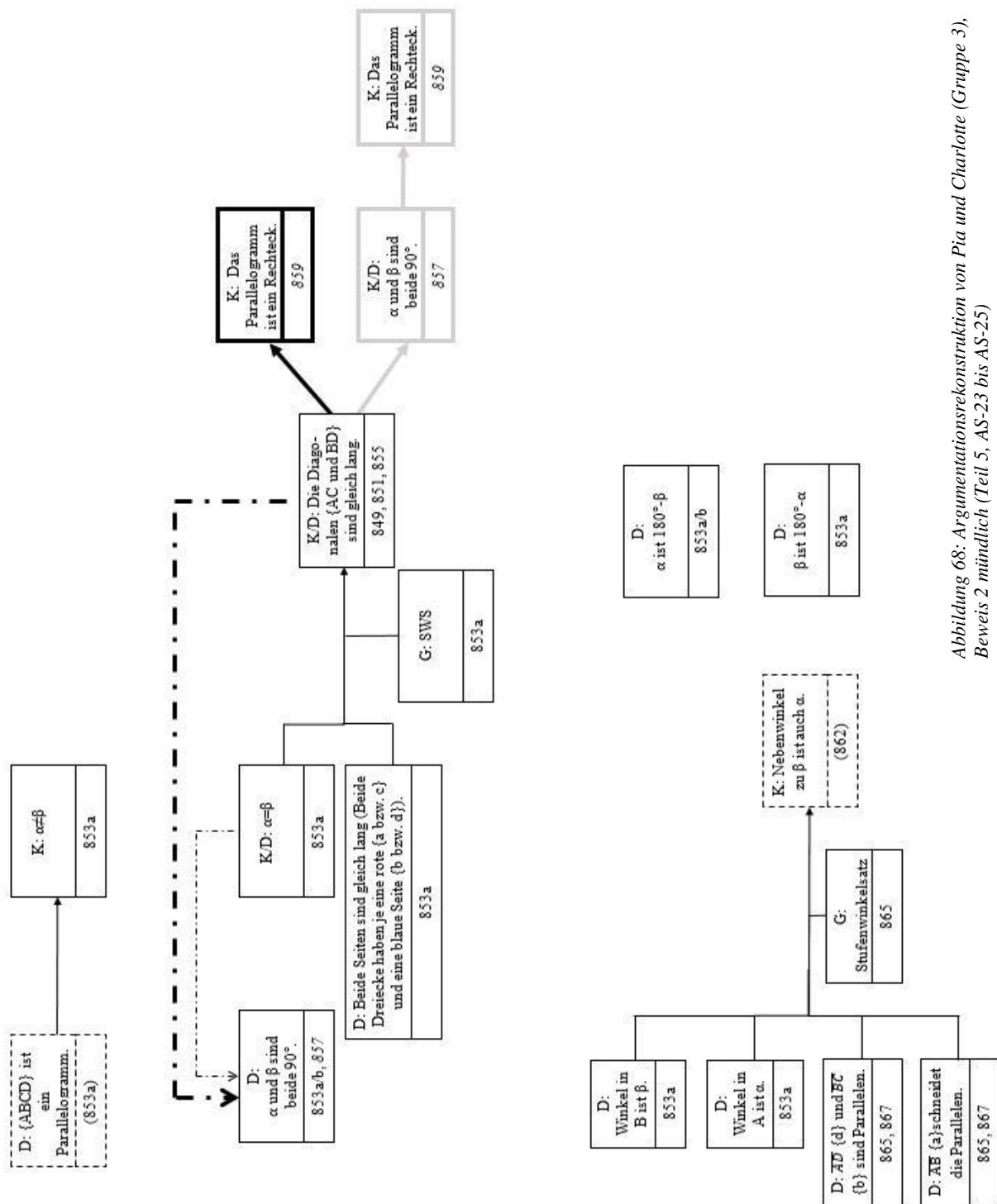


Abbildung 68: Argumentationsrekonstruktion von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 2 mündlich (Teil 5, AS-23 bis AS-25)

**Pia und
Charlotte -
Beweis 2
(schriftliche
Argumentation)**

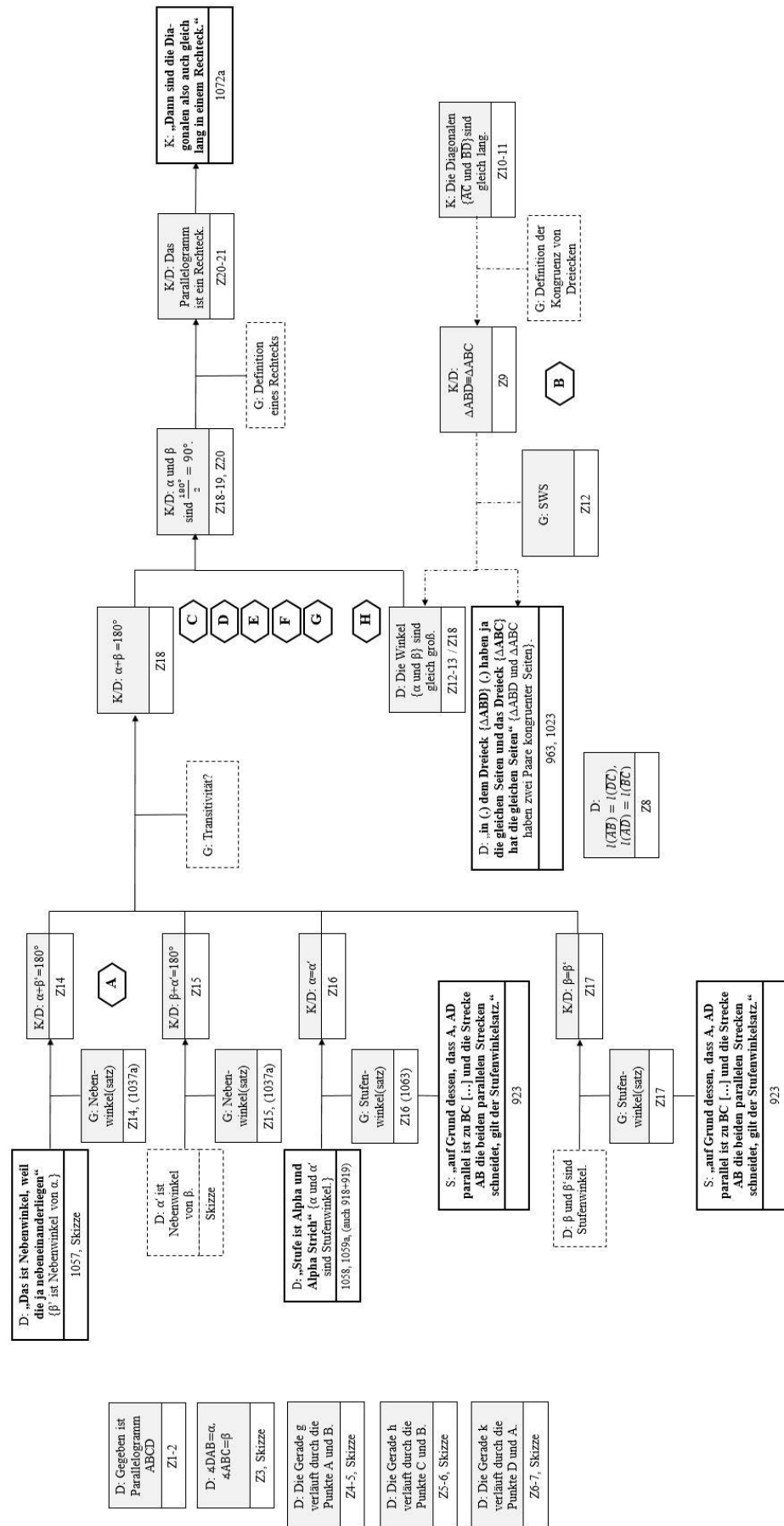


Abbildung 69: Argumentationsrekonstruktion von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 2 schriftlich

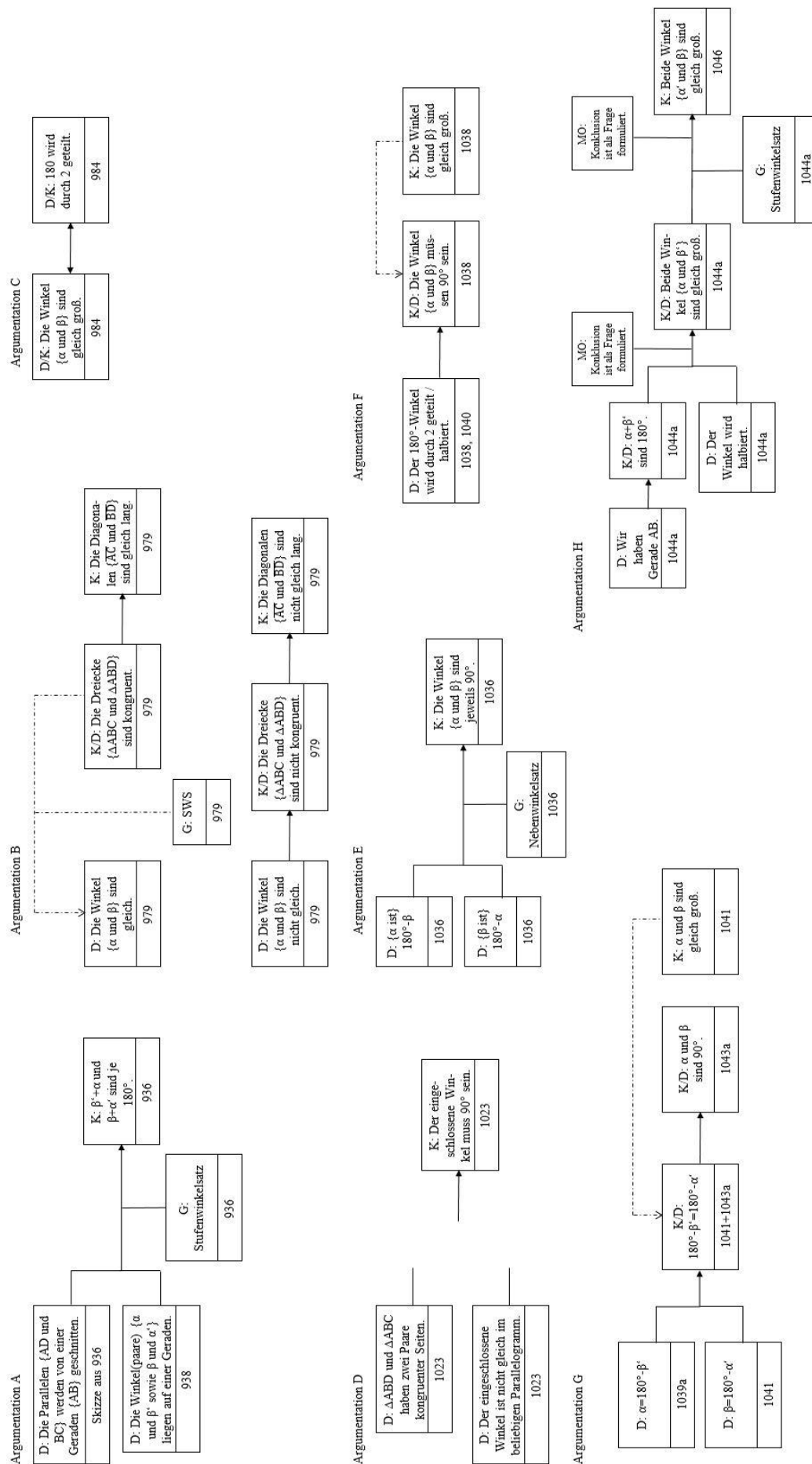


Abbildung 70: Argumentationsrekonstruktion von Pia und Charlotte (Gruppe 3), Beweis 2 schriftlich (zusätzliche Argumentationen)

G.2.7 Daria und Leonie (Gruppe 4) - Beweis 1

Daria und Leonie- Beweis 1 (mündlich Argumentation)

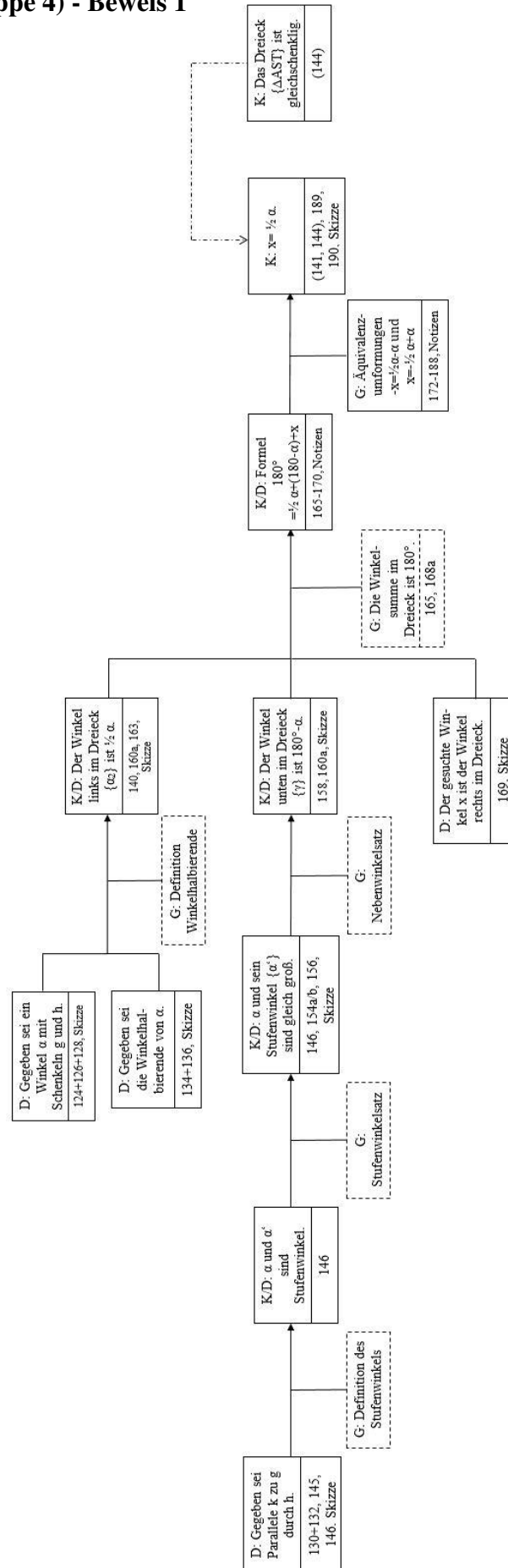


Abbildung 71: Argumentationsrekonstruktion von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 1 mündlich

Daria und Leonie- Beweis 1
(schriftliche Argumentation)

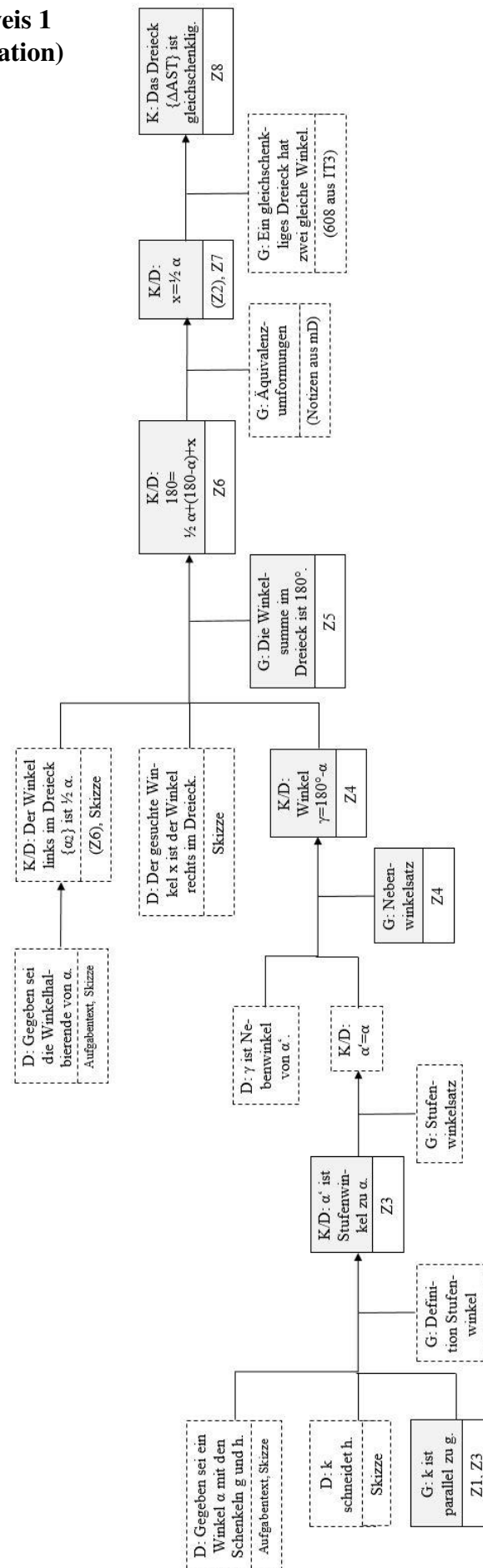


Abbildung 72: Argumentationsrekonstruktion von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 1 schriftlich

G.2.8 Daria und Leonie (Gruppe 4) - Beweis 2

Daria und Leonie- Beweis 2 (mündlich Argumentation)

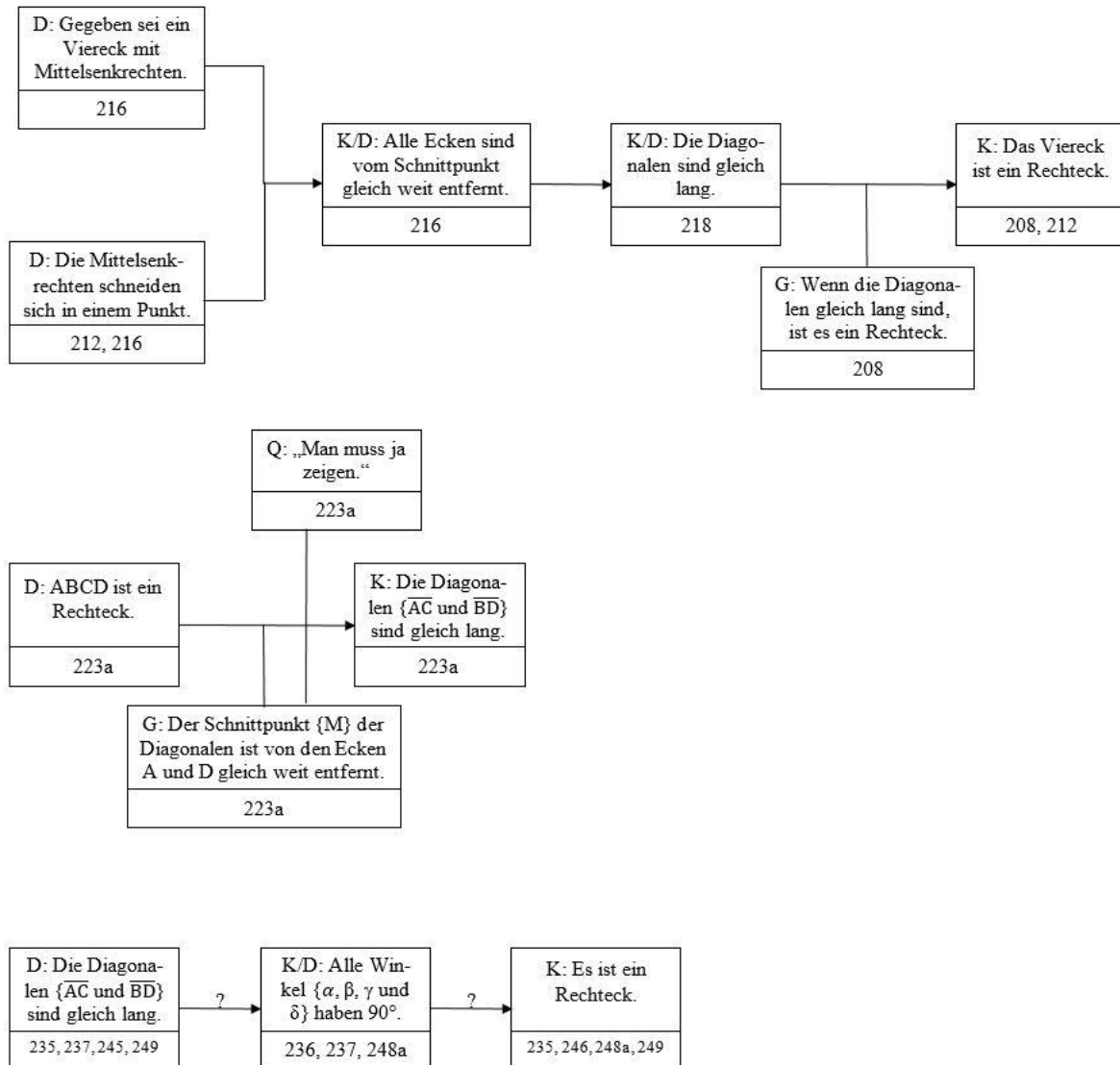


Abbildung 73: Argumentationsrekonstruktion von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 2 mündlich (Teil 1, AS-1 bis AS-3)

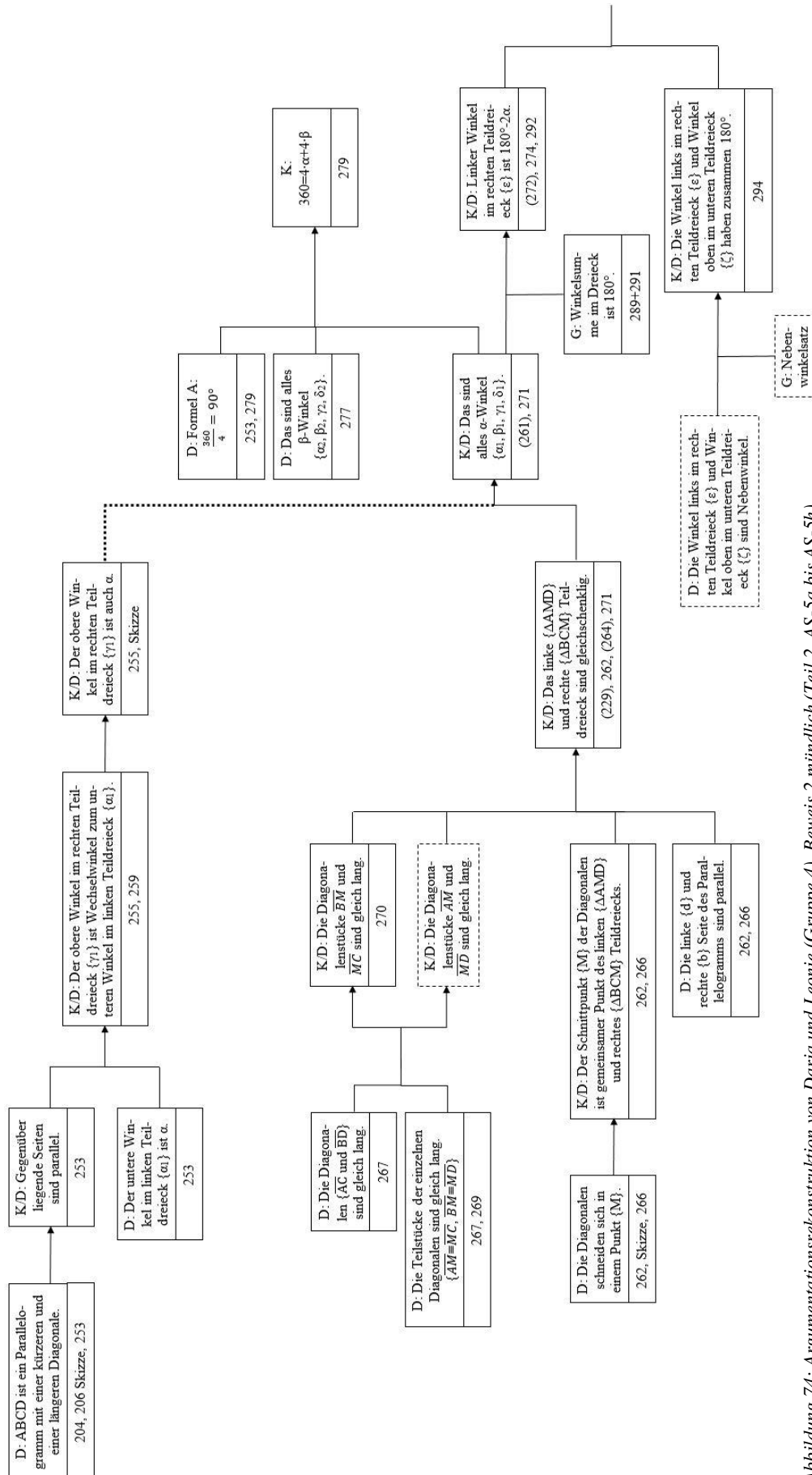


Abbildung 74: Argumentationsrekonstruktion von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 2 mündlich (Teil 2, AS-5a bis AS-5h)

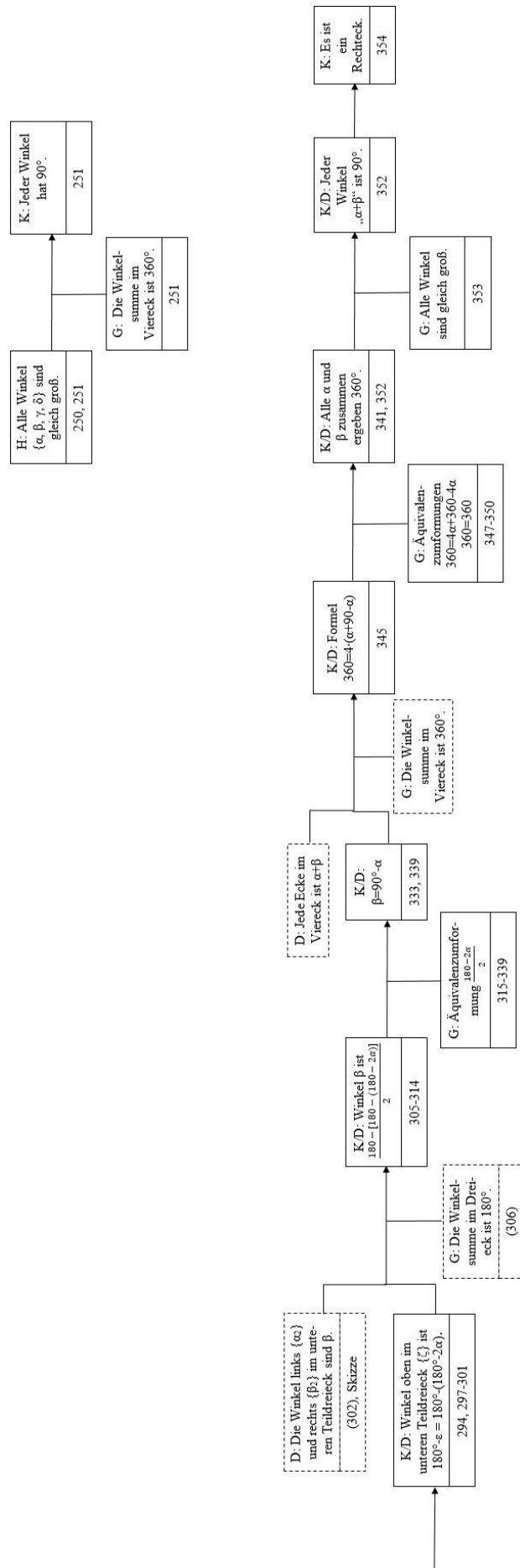


Abbildung 75: Argumentationsrekonstruktion von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 2 mündlich (Teil 3, AS-5h bis AS-5k, AS-4)

Daria und Leonie - Beweis 2 (schriftliche Argumentation)

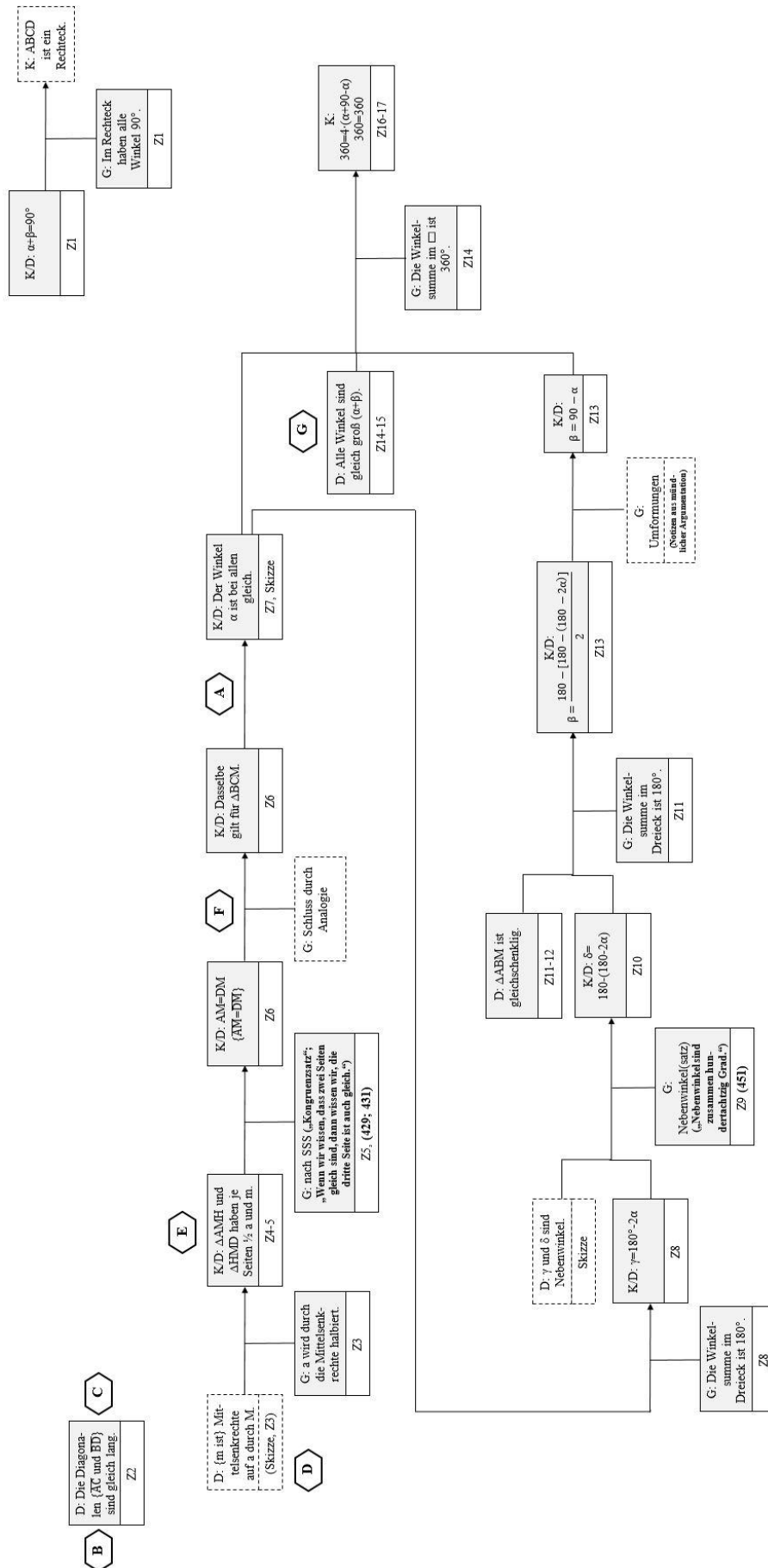


Abbildung 76: Argumentationsrekonstruktion von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 2 schriftlich

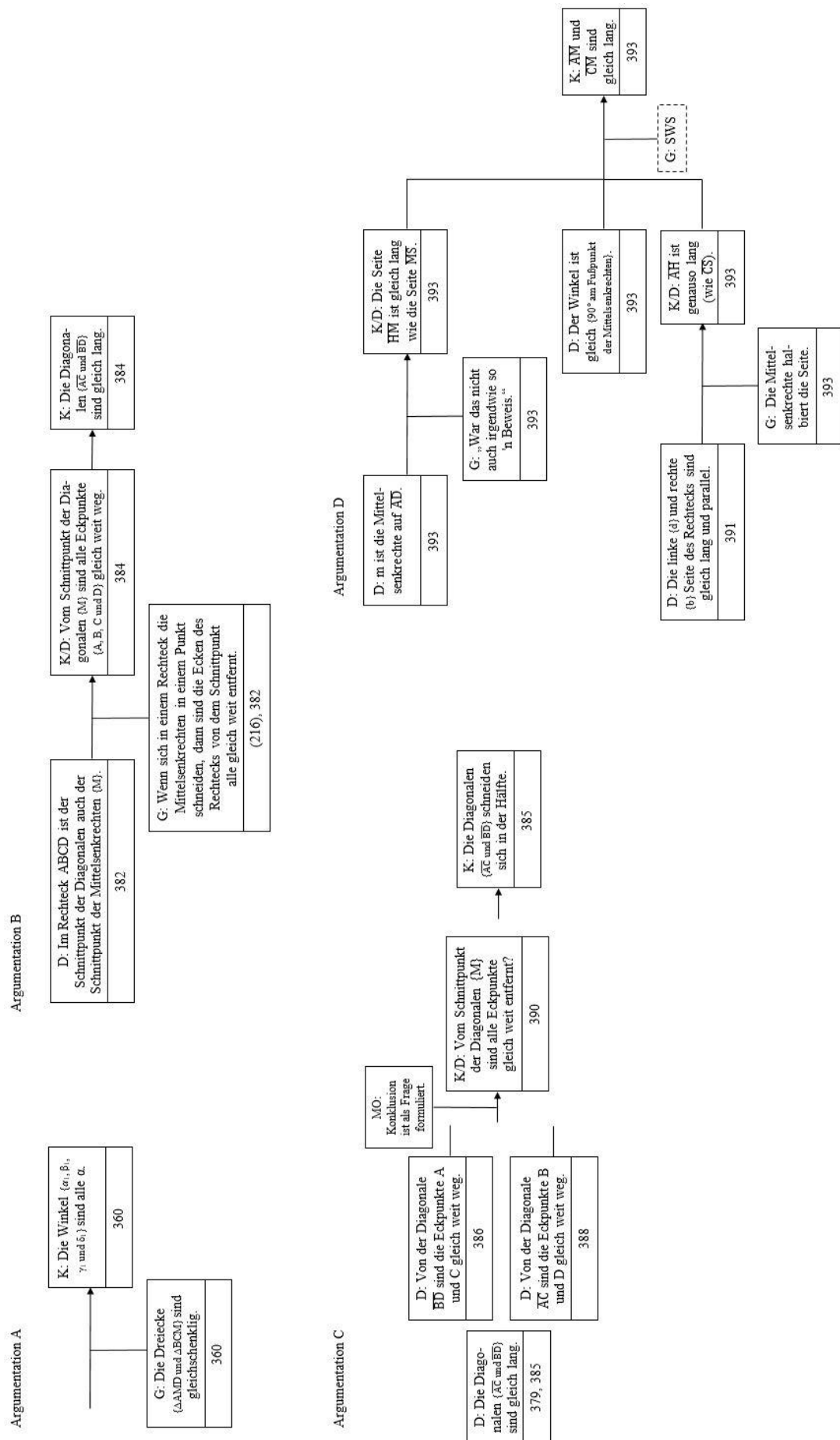


Abbildung 77: Argumentationsrekonstruktion von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 2 schriftlich (zusätzliche Argumentationen, Teil 1)

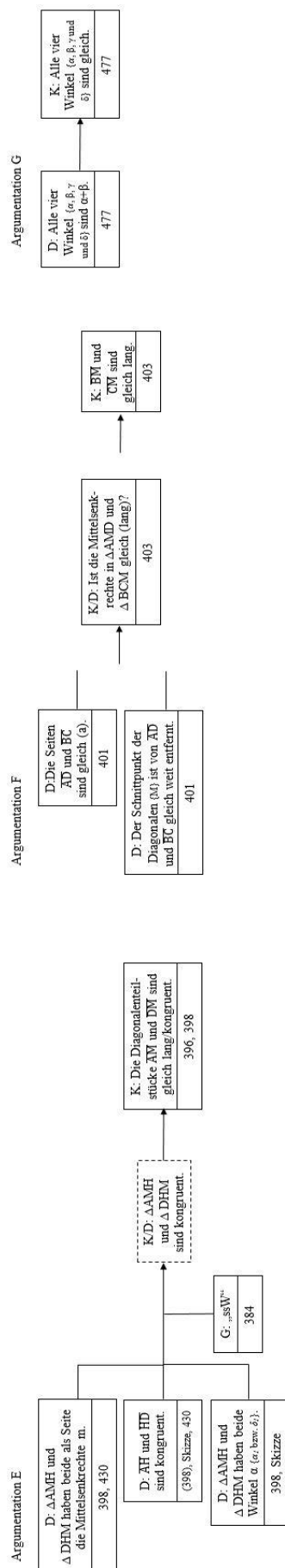


Abbildung 78: Argumentationsrekonstruktion von Daria und Leonie (Gruppe 4), Beweis 2 schriftlich (zusätzliche Argumentationen, Teil 2)

H. Das metakognitiv-diskursive Kategoriensystem traKat

Auf der folgenden Seite ist das Kategoriensystem abgebildet, mit dem die metakognitiven und diskursiven Aktivitäten der Studierenden in dieser Arbeit kodiert wurden (Cohors-Fresenborg, 2012, S. 151).

Cohors-Fresenborg, E. (2012). Metakognitive und diskursive Aktivitäten—Ein intellektueller Kern im Unterricht der Mathematik und anderer geisteswissenschaftlicher Fächer. In H. Bayrhuber, U. Harms, B. Muszynski, B. Ralle, M. Rothgangel, L.-H. Schön, H. J. Vollmer, & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Formate fachdidaktischer Forschung: Empirische Projekte—Historische Analysen—Theoretische Grundlegungen* (S. 145–162). Waxmann.

Anhang - H. Das metakognitiv-diskursive Kategoriensystem traKat

Aus: Cohors-Fresenborg, E. (2012): Metakognitive und diskursive Aktivitäten - ein intellektueller Kern im Unterricht der Mathematik und anderer geisteswissenschaftlicher Fächer. In: H. Bayrhuber et al., Formate Fachdidaktischer Forschung, S. 151. Münster: Waxmann. Überarbeitete Fassung des Kategoriensystems aus Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2007): Kategoriensystem für metakognitive Aktivitäten beim schrittweise kontrollierten Argumentieren im Mathematikunterricht. Arbeitsbericht Nr. 44. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik

Planung		Monitoring		Reflexion		Diskursivität	
P1	Angabe des Fokus der Aufmerksamkeit , insbesondere anzuwendender Werkzeuge / Methoden oder zu erreichender Zwischenergebnisse oder Darstellungen	M1	Kontrolle: fachspezifische Tätigkeit	R1	Strukturanalyse einer fachspezifischen Darstellung	D1	Maßnahmen zur Verbesserung eines Diskurses / Verankerung eines Diskursbeitrages
P1a	einschrittig	M1a	durchführen (evtl. Fehler finden)	R1a	durchführen	D1a	Nennen von Bezugspunkten oder -personen
P1b	mehrschrittig	M1b	wie a, aber mehrschrittig / global prüfen	R1b	wie a, aber unter Berücksichtigung von Umformulierungen / Umstrukturierungen	D1b	wie a, mit Bezug auf weiter Zurückliegendes oder Fernerliegendes
P1c	wie a oder b, aber bezogen auf eine Alternative	M1c	wie a oder b, aber bezogen auf eine gedachte (alternative) Tätigkeit			D1c	wie a oder b, mit Absetzen von oder begründetem Zustimmung zu anderem Beitrag
P1d	wie a oder b oder c mit der Nennung einer Anschlussstrategie					D1d	wie a,b oder c, mit Vergewisserung über Gesagtes / Geschriebenes, Wiederholung des Gesagten als Grundlage der weiteren Argumentation
						D1e	Maßnahmen (z.B. Strukturierung) zur Erleichterung eines Diskurses
P2	Planung metakognitiver Aktivitäten	M2	Kontrolle: Terminologie	R2	Reflexion über Begriffe / Analogien / Metaphern	D2	Erziehung zum Diskurs
				R2a	Gegenstand / Sachverhalt einem Begriff zuordnen	D2a	Regeln des Diskurses offen legen / verabreden
				R2b	Begriff in eine Begriffshierarchie einordnen	D2b	Einhaltung von Regeln des Diskurses einfordern
				R2c	Nachdenken über die Adäquatheit einer Begriffsbildung, Subsumption, Analogie oder Metapher		
		M3	Kontrolle: Notation (Syntax)	R3	Ergebnis eines Reflexionsprozesses ausgedrückt durch bewusste (fachspezifische) Darstellung	Negative Diskursivität	
				R3a	Kennzeichnung / Markierung	ND1	Verstöße gegen Regeln für einen geordneten Diskursverlauf
				R3b	spezielle Darstellung	ND1a	Frage stellen, bei der sich Antwort erübrigt (Suggestivfrage), oder deren Antwort nicht berücksichtigt wird
				R3c	wie a oder b, um Einsicht zu befördern, Fehlvorstellungen aufzudecken, Abstraktionsprozesse oder Metakognition anzuregen		
		M4	Kontrolle: Zulässigkeit von Werkzeugeinsatz oder Methode	R4	Wirkungsweise von fachspezifischen Werkzeugen oder Methoden einschätzen / Angabe eines Werkzeugs , mit dem vorgegebenes Ergebnis erzeugt werden kann	ND1b	Wiederholung von bereits Gesagtem, ohne dass ein neuer Gesichtspunkt dazu kommt
		M4a	durchführen	R4a	durchführen	ND1c	Einbringen alternativer Behauptungen oder Vorschläge, ohne diese abzusetzen; Äußerungen sind nicht erkennbar auf das Geschehen oder das Gesagte bezogen oder ihr Bezug ist nicht eindeutig; vermeintliche Wiederholung oder Zusammenfassung von Gesagtem unter wesentlicher Veränderung, ohne dass diese kenntlich gemacht wird
		M4b	wie a, aber verkettete Anwendung	R4b	wie a, aber verkettete Anwendung		
		M5	Kontrolle: Konsistenz von Argumentation oder Arbeitsauftrag	R5	Strukturanalyse einer Argumentation		
		M5a	durchführen (evtl. Fehler oder Inkonsistenz finden)	R5a	durchführen	ND1d	unkommentierter Wechsel von Bezugspunkt / Bedeutung
		M5b	wie a, aber mehrschrittig / global prüfen	R5b	wie a, mit Veränderung von Standpunkt, Wortwahl, Begriff, Argumentationsführung feststellen		
		M5c	wie a oder b, aber bezogen auf eine alternative (bisher nicht vorliegende) Argumentation				
		M6	Kontrolle: Passung von Ergebnis und Fragestellung	R6	Reflektierende Einschätzung / Evaluation	ND2	inadäquate Wortwahl zur Beschreibung oder Kommentierung
		M6a	überprüfen eines Ergebnisses auf Plausibilität	R6a	wichtige Stellen, Ideen herausarbeiten, (Zwischen-)bilanz ziehen		
		M6b	Modellierungsansatz oder Planungsansatz überprüfen	R6b	(eigene) Stärken, Schwächen, Fehler, Fehlvorstellungen, allgemeine Schwierigkeiten		
		M6c	Überwachung des Sach- und Zielbezuges	R6c	(eigenes) Verständnis analysieren		
		M7	Fehlvorstellung aufdecken	R7	Zusammenspiel zwischen Darstellung und Vorstellung thematisieren	ND3	falsche logische Struktur einer Argumentation
		M7a	durchführen			ND4	keine Intervention gegen gravierenden Verstoß der Regeln eines Diskurses ergriffen, insbesondere nicht gegen Auseinanderfallen von Diskussionssträngen; Einwand wird (mittelfristig) nicht berücksichtigt
		M7b	wie a, zusätzlich festgestellt, dass diese grundsätzlicher Art sind oder häufig vorkommen				
		M8	Selbstüberwachung				
		M8a	fachspezifische Tätigkeit				
		M8b	Terminologie				
		M8c	Notation				
		M8d	Werkzeugeinsatz oder Methode				
		M8e	Argumentation oder Arbeitsauftrag				
		M8f	Passung von Ergebnis und Fragestellung				
		M8g	metakognitive Aktivitäten				

Zusatzkodierungen: Voranstellen von **b** vor die Kurzbezeichnung bei **Begründung / Erläuterung** für die entsprechende Tätigkeit oder das Zutreffen einer entsprechenden Diagnose, Voranstellen von **f** vor die Kurzbezeichnung bei **Aufforderung / Anregung** zur entsprechenden Tätigkeit, Anhängen von **r** an die Kurzbezeichnung bei **Wechsel der Repräsentationsform** bei der entsprechenden Tätigkeit.

I. Beispiele der Metakognitionsanalyse

Die folgenden beiden Tabellen sind Ausschnitte der Kategorienstrahlen, die im zweiten Schritt der Metakognitionsanalyse erstellt wurden. Im Gegensatz zum in Kapitel 8.3.3 dargestellten Kategorienstrahl sind hier auch kurze Kommentare zur Kodierung enthalten.

Der Ausschnitt in Tabelle 2 ist die kommentierte Version des Kategorienstrahls, der bereits in Kapitel 8.3.3 zu finden ist.

Tabelle 2: Ausschnitt des Kategorienstrahls der zweiten Gruppe zum ersten Beweis (Turns 316-325), vgl. Kapitel 8.3.3

316	R4a			Wirkung Winkelhalbierende (vgl. 236)
		R4a(Forts.)	317	(Wirkung WH (vgl. 236))
318	Wdh.			Wiederholung von 317
		D1a	319	Nennung Bezugspunkte
320	P1a +ND1c			Planung Beweistext
				Bezugspunkt unklar
		M5a	321	Kontrolle der Argumentation
322	ND4 R1a			Frage ignoriert
				Strukturanalyse Skizze
		/	323	/
				(Strukturanalyse Skizze)
324	Forts. +ND3 M8c			Zirkelschluss
				Selbstüberwachung Notation
		R6a	325	Bilanz der Argumentation

Der Ausschnitt in Tabelle 3 zeigt den Kategorienstrahl von Daria und Leonie (Gruppe 4), auf den im Kapitel 14.2 verwiesen wird.

Tabelle 3: Ausschnitt des Kategorienstrahls der vierten Gruppe zum ersten Beweis (Turns 143-192), vgl. Verlängerungen in Kapitel 14.2

143	fP1a			Aufford. zur Planung
		P1a		Planung des Ziels
		fM6b	144	Aufford. zur Kontr. des Planungsansatzes
		fR1a		Aufford. zu S-Analyse von Aussage & Skizze
145	R1a			Strukturanalyse Aussage/Skizze
		R1a	146	Strukturanalyse der Skizze
147	D1c R1a			Absetzen von 146
				Strukturanalyse der Skizze
		D1c		Absetzen von 147
		+ND1c	148	Bezugspunkt (Winkel α) nicht genannt
149	D1c			Absetzen von 148
		Forts.		(Absetzen von 147)
		+ND1c	150	Bezug nicht genannt (Winkel x)
151	R1a			Strukturanalyse Skizze
		D1a	152	Nennung Bezugspunkt
153	D1c(u)			unbegründete Zustimmung

		Wdh.	154a	Wiederholung von 146
154b	Forts.			(unbegründete Zustimmung)
155	D1c			Zustimmung (mit Begründung)
		Wdh.	156	Wiederholung von 146
157	D1c(u)			unbegründete Zustimmung
		R1a	158	Strukturanalyse der Skizze
159	D1c(u)			unbegründete Zustimmung
		fP1a	160a	Aufford. zur Planung
160b	/			/
161	P1a°			Planung (Variablen) als Frage
		M6b	162	Kontrolle Planungsansatz
163	D1c			Zustimmung durch Nennung des Winkels
		P1a°	164	Planung als Frage (Formel)
165	P1a			Planung der Formel
		D1c(u)	166	unbegründete Zustimmung
167	Forts.			(Planung der Formel)
		R1a	168a	Strukturanalyse Skizze zu Formel
168b	D1c(u)			unbegründete Zustimmung
169	P1a°			Planung Formel als Frage
		D1c(u)	170	unbegründete Zustimmung
171	D1c(u)			unbegründete Zustimmung
		P1a	172	Planung
173	D1c(u)			unbegründete Zustimmung
		/	174	/
175	fR1a			Aufford. zur Strukturanalyse der Formel
	R1a			Strukturanalyse der Formel
		D1c(u)	176	unbegründete Zustimmung
177a	R1a			Strukturanalyse der Formel
		R1a(Forts.)	177b	(Strukturanalyse der Formel)
		Wdh.	178	Wiederholung 177b
179	D1c(u)			unbegründete Zustimmung
		R1a	180	Strukturanalyse der Formel
181	R1a			Strukturanalyse der Formel
		R1a(Forts.)	182	(Strukturanalyse der Formel)
183	D1c(u)			unbegründete Zustimmung
		R1a	184	Strukturanalyse der Formel
185	D1c(u)			unbegründete Zustimmung
		R1a	186	Strukturanalyse der Formel
187	D1c(u)			unbegründete Zustimmung
		R1a	188	Strukturanalyse der Formel
189	R1a(Forts.)			(Strukturanalyse der Formel)
		Wdh.	190	Wiederholung 189
		R6a		Bilanz „Fertig“
191	R6a			Bilanz „Beweisen“, „zufrieden“
		D1c(u)	192	unbegründete Zustimmung

J. Übersicht der Besonderheiten in den einzelnen Argumentationssträngen

Die folgende Tabelle bietet eine Übersicht über die verschiedenen in den Beweisen der Studierenden gefundenen lokalen Besonderheiten, die in Kapitel 12 genauer beschrieben wurden.

Tabelle 4: Übersicht über die einzelnen Besonderheiten nach Gruppe und Beweis, vgl. Kapitel 12

Beweis		Besonderheiten
Gruppe 1		
Beweis 1	Mündlich	Abduktion (mit deduktiver Umsetzung, AS-4) Totes Ende (AS-2) Implizit Gebliebenes (implizite Verbindung, AS-4)
	Schriftlich	Abduktion (mit deduktiver Umsetzung, AS-2)
Beweis 2	Mündlich	Teil 1: Abduktion (Stromschnellen, AS-3) Abduktion (rein, AS-1) Abduktion (angehängt, AS-4) Teil 2: parallele Argumentation (AS-1) Besonderheit (Argumentation als Garant, AS-2) Negation und Kontraposition (AS-1 bis AS-3)
	Schriftlich	Abduktion (rein, AS-4) Problem (Zusammenführung, AS-8) Besonderheit (losgelöste Daten 1. Art, AS-1) Negation und Kontraposition (AS-7)
	zusätzliche Argumentationen	/
Gruppe 2		
Beweis 1	Mündlich	Teil 1: Abduktion (abduktives Ende, AS-5) Implizit Gebliebenes (implizites Ende, AS-7) Teil 2: Parallele Argumentation (AS-2)
	Schriftlich	Teil 1: Probleme (Ziel, AS-1) Teil 2: Totes Ende (AS-1)
Beweis 2	Teil 1	Parallele Argumentation (parallele Anteile in AS-3) Besonderheit (losgelöste Daten 2. Art, AS-1)
	Teil 2	Totes Ende (AS-1) Negation (AS-1 bis AS-5)
	zusätzliche Argumentationen	B: Abduktion (rein) C, D und E: Besonderheit („Sehen“)
Gruppe 3		

Beweis 1	Mündlich	Löchrige Argumentation (1. Art, AS-1, AS-8) Problem (kontingente Argumentation, AS-2) Widerlegung (AS-4)
	Schriftlich	Besonderheit (Hypothese als Datum, AS-3) Besonderheit (losgelöste Daten 1. Art, AS-1)
Beweis 2	Mündlich	Abduktion (reine Abduktion in AS-12; abduktiver Anfang in AS-24) Implizit Gebliebenes (implizites Ende AS-9, AS-11, AS-14, AS-21 und AS-25) Parallele Argumentation (parallele Anteile in AS-7) Löchrige Argumentation (AS-25) Problem (kontingente Argumentation, AS-24) Widerlegung (AS-9, AS-11 und AS-17)
	Schriftlich	Abduktion (Flussumleitung, AS-3) Problem (Ziel, AS-2, AS-3, AS-8 und AS-9 zusammen) Besonderheit (losgelöste Daten 1, AS-1, AS-2)
	Zusätzliche Argumentationen	B: Abduktion (abduktiver Anfang) C: Besonderheit (Genau dann, wenn) D: Löchrige Argumentation (2. Art) F: Abduktion (abduktives Ende) G: Abduktion (angehängt/ abduktives Ende)
Gruppe 4		
Beweis 1	Mündlich	Abduktion (abduktives Ende, AS-4)
	Schriftlich	Problem (inhaltlich, AS-4)
Beweis 2	Mündlich	Totes Ende (AS-5g) Implizit Gebliebenes (implizite Verbindung, AS-5a)
	Schriftlich	Implizit Gebliebenes (implizites Ende, AS-1) Problem (Ziel, AS-1 und AS-6 zusammen) Problem (inhaltlich, AS-3) Besonderheit (losgelöste Daten 2. Art, AS-2)
	Zusätzliche Argumentationen	C: Löchrige Argumentation (2. Art)